

学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

数学智能培养与提高

(小学高年级)



(京)新登字 130 号

内容简介

本书的内容包括生活中的数学、数学趣题、巧填妙算、几何图形、名人名题等，其内容紧扣小学数学教材，涉及的知识面较广；题目类型灵活多样，富有趣味性、启发性、竞赛性。学生通过观察、比较、分析判断、推理等可以加深对课本知识的理解，提高思维能力，增强学习数学的兴趣。

本书可作为小学高年级学生开展课外活动，培养思维能力的读物，也可作为教师和家长辅导学生的参考书。

科学技术文献出版社

向广大读者致意

科学技术文献出版社成立于 1973 年，国家科学技术部主管，主要出版科技政策、科技管理、信息科学、农业、医学、电子技术、实用技术、培训教材、教辅读物等图书。

我们的所有努力，都是为了使您增长知识和才干。

新编奥林匹克基础知识及素质教育丛书
数学智能培养与提高

一、生活中的数学

1. 男装与女装

有一批布若干米。做一套男装需布 3.4 米，做一套女装需布 3.2 米。若给男同学每人做一套服装则少布 6.4 米，若给女同学每人做一套服装则余 2 米。已知男学生比女学生多 1 人。问有多少布？男、女学生各多少人？

2. 剧场有多少座位

一个剧场设置了 20 排座位，第一排有 38 个座位，往后每一排都比前一排多 2 个座位，这个剧场一共设置了多少个座位？

3. 合格与不合格

某工厂规定每生产一台合格录音机奖励 12 元，每生产一台不合格的录音机扣 20 元，某车间生产了 90 台录音机共得奖金 824 元。问生产合格录音机多少台？

4. 各买多少支

郑老师用 42.6 元买了钢笔和毛笔共 22 支，每支钢笔 2.7 元，每支毛笔 1.5 元。钢笔和毛笔各买多少支？

5. 各有多少

本甲乙两人共有若干本书，其中甲的书占总数的 $\frac{3}{5}$ ，如果乙给甲 12 本书，则乙余下的书占总数的 $\frac{1}{4}$ ，甲乙两人各有多少本书？

6. 愚蠢的伯爵

侯爵问伯爵：“100 增加它的 $\frac{1}{4}$ ，再减少增加后的 $\frac{1}{4}$ ，结果是多少？”伯爵答：“不增不减还等于 100”。伯爵回答的对吗？

7. 牛奶和水

甲瓶中装有半瓶牛奶，乙瓶中装有一瓶水。乐乐第一次把乙瓶中的水倒满甲瓶，第二次又将甲瓶的水和牛奶倒满乙瓶，第三次又把乙瓶的水和牛奶倒满甲瓶，最后又将甲瓶的水和牛奶倒满乙瓶。这时，乙瓶中含牛奶和水各多少？

8. 多少元一台

某商店进一批双卡录音机，如果每台按 380 元出售，要亏本 5%，如果要赚 8%，应卖多少元一台？

9. 抽水机

李村有一泉水池，盛水量为 1500 立方米，如果用抽水机每分钟从泉水池

里抽出 4 立方米的水，同时池内泉水源每分钟又可补充 1.5 立方米的水，问抽干这个泉水池需要多少分钟？

10. 火车有多长

欢欢站在铁路旁，一列火车从他身边过时，他看了一下表，车尾全部过完时他又看了一下表，共 14 秒钟。这列火车从车头进大桥到车尾离开大桥，共用 49 秒钟，这座大桥长 700 米，火车匀速前进，火车的长度是多少？

11. 哪种价格高

一种商品价钱降低了 5% 后，又提高了 5%。问：是降价之前价格高，还是提高之后价格高呢？

12. 红绿两种色

一根竹竿长 2.4 米，红、绿两种颜色，红颜色的 $\frac{2}{3}$ 等于绿颜色的 $\frac{2}{5}$ ，红、绿色部分的竿长各是多少米？

13. 数学竞赛

五年级和六年级共有 310 人参加数学竞赛，已知六年级人数的 $\frac{3}{8}$ 等于五年级人数的 $\frac{2}{5}$ 。五、六年级参加数学竞赛的学生各多少人？

14. 龟兔赛跑

乌龟和小兔举行 200 米短跑比赛，乌龟每分钟跑 10 米，小兔每分钟跑 40 米。比赛开始时，骄傲的小兔认为乌龟不是自己的对手，乌龟出发了，小兔却在睡大觉，睡了 18 分钟，小兔醒来后，就猛追乌龟。请你算算，谁得第一名？为什么？

15. 多少小时

有一个书，A 先单独抄 6 小时，抄完全书的 $\frac{1}{3}$ ，再由 B 继续单独抄 4 小时，抄完余下的 $\frac{1}{2}$ ，剩余部分再由二人合抄，问还需要多少小时抄完？

16. 参加运动会多少人

秦老师买来 100 个橘子，分给春光小学参加运动会的学生，上午每人分一个，中午每两人分一个，下午每三人分一个，最后还剩一个橘子，算一算，这个学校参加运动会共有多少人？

17. 一项工程

有一项工程，甲乙合作 10 天完成，甲独做需要 15 天完成，甲乙合作 3 天后，剩下的由乙继续做，还需几天完成？

18. 老板与雇工

某老板雇用一位勤工俭学的学生做短工，讲好条件是：干七个星期，报酬是一架照相机和三十美元。结果，这位学生只干了四个星期的活，因事不干了。老板给他一架照相机和三美元。你能算出这架照相机的价钱吗？

19. 涨价与降价

有一种电子计算机上半年涨价 10%，后来又降低 10%。这种计算机的价格是涨价之前较低还是降价之后较低？为什么？

20. 赚钱与赔钱

玩具商店，同时出售二件电动玩具，各为 120 元。一件可以赚 25%，另一件赔 20%。那么，同时出售这二件电动玩具是赚钱还是赔钱？如果是赚钱，能赚多少钱？如果是赔钱。赔多少钱？

21. 领带与胸花

每条男领带 20 元，每支女胸花 10 元，某个体商店进领带与胸花件数的比是 3 : 2，共值 4000 元。领带与胸花各多少？

22. 小鲸鱼多长

把一条小鲸鱼分成头、身和尾三部分。头长 3 米，身长等于头长加尾长，而尾长则等于身长的一半加头长，求这条鲸鱼全身长是多少米？

23. 三根水管同时开

水池里装有三根进水管，如果单独开甲水管，灌满这水池要 $7\frac{1}{2}$ 小时，单独开乙水管，4 小时灌满这个水池的 $\frac{1}{3}$ ，单独开丙水管，只要乙水管时间的 $\frac{5}{6}$ 就能灌满水池。现在三根水管同时开 2 小时，可以灌满水池的几分之几？

24. 多少天可以完成

一件工程，甲乙两人合作 8 天可以完成，乙丙两人合作 6 天可以完成，丙丁两人合作 12 天可以完成。甲丁两人合作多少天可以完成？

25. 两位候选人

某班从 8 名候选人中选举班干部，每个同学只能选其中两人。这个班至少有多少人出席，才能保证必有 3 个或 3 个以上的同学选了相同的两位候选人？

26. 两笼小白鼠

有两笼小白鼠，小笼比大笼少 18 只，如果从小笼往大笼里放进 6 只，这时小笼的只数相当于大笼的 $\frac{5}{8}$ ，求两笼各有多少只小白鼠？

27. 朗读

有一本故事书，请三位同学朗读。冬冬读了二分之一后，让静静接着读，静静读后给冰冰，冰冰读的是静静读的二分之一，问静静读了全书的几分之几？

28. 求速度比

从英和金顺各走一段路。他们所走的路程比是 2 : 3，时间的比是 3 : 4。求他们的速度比。

29. 男女学生数

王老师带 99 名学生去栽树，拿了 100 棵树苗，栽树前教师先栽 1 棵作为示范，然后让男学生每人栽 2 棵，女学生每 2 人栽 1 棵，恰好把树苗栽完，问参加栽树的男、女学生各是多少人？

30. 一段路

一段路是 108 千米，走过的路的 $\frac{5}{7}$ 比没走的路多 $1\frac{1}{2}$ 倍，问走过的路和没走的路各是多少千米？

31. 抄书

一本书共 210 页，抄过的 $\frac{3}{4}$ 相当于没抄过的 $\frac{1}{2}$ ，问还有多少页没抄？

32. 人造地球卫星

甲乙两颗人造地球卫星于 1 月 1 日早晨 5 时同时经过某地上空，已知绕地球一周，甲需要 $1\frac{4}{5}$ 小时，乙需要 $1\frac{5}{6}$ 小时。问这两颗卫星下一次同时经过某地上空是几月几日几时？

33. 金银各是多少克

放在水里称，银的重量减轻了 $\frac{1}{10}$ ，金的重量减轻 $\frac{1}{19}$ ，一块金银合金重 580 克，放在水里称是 540 克。这块合金含金银各多少克？

34. 需用多少分钟

甲、乙二人骑自行车从环形公路上同一地点背向而行，45 分钟后相遇。已知甲行一圈需 70 分钟，那么飞行一圈需用多少分钟？

35. 买奖品

王老师去买奖品，带了若干钱，他用二分之一买相册，用余下的四分之一买金笔，这时剩下的钱比花掉的钱少 25 元，王老师带了多少钱去买奖品？

36. 几分钟追上

小琪与爸爸赛跑，爸爸让小琪先跑 120 米，然后开始追。小琪 3 分钟能

跑 600 米，爸爸 2 分钟能跑 640 米，问几分钟后爸爸能追上小琪？

37. 兔子分萝卜

100 只兔子分 100 个萝卜，大兔子 1 只分 3 个萝卜，小兔子 3 只分 1 个萝卜，问大、小兔子各多少只？

38. 猴王分桃子

猴王摘回 49 个桃子，分给甲乙两个猴子，刚分完桃子，来了一个小猴子，猴王让甲猴拿出他分得桃子的 $\frac{1}{5}$ ，乙猴拿出 4 个，合起来给小猴子，这时甲乙剩的桃子数刚好相等，求甲乙原来各分得多少个桃子？小猴子得到多少个桃子？

39. 机器人炼钢

田工程师指挥一组机器人炼钢。用占总数 $\frac{1}{6}$ 的机器人加料， $\frac{1}{8}$ 检验，用它们的和的 2 倍运料，最后剩下 6 个机器人在身边。问这组机器人共有多少？

40. 开抽屉

一张新写字台，有六个抽屉锁上了，有六把混放在一起的钥匙，要想把每个抽屉都打开，最多要开多少次？

41. 重合多少次

正午 12 点时，时针和分针重合。问到午夜 12 点时，时针和分针还要重合多少次呢？

42. 盖房

一个屋顶的某一斜面成等腰梯形，最上面一层铺了瓦片 21 块，往下每一层多铺一块，斜面上铺了瓦片 19 层，共铺瓦片多少块？

43. 白鸽送信

白鸽从甲处向乙处送信，飞了全程五分之一的路程时遇到了燕子，燕子告诉它，那时是早晨 5 点 55 分，白鸽继续往前飞，当飞到全程的四分之一的路程时，听到了报时钟敲了六下（早晨 6 点钟）问白鸽飞完全程需要多少时间？

44. 两种证券

某人有甲乙两种证券共 100 张，甲种的 $\frac{1}{3}$ 比乙种的 $\frac{1}{10}$ 多 16 张，求甲乙两种证券各有多少张？

45. 卖西瓜

运进若干个西瓜，第一天卖了所有西瓜的一半又四分之一，第二天卖了剩余的一半又四分之一，第三天卖了剩余的一半又四分之一，最后剩下 2 个，

问一共有多少个西瓜？

46. 原来与现在

某班有学生若干，已知男学生是女学生的 $\frac{5}{6}$ ，如果转入2名男学生后，这时男学生人数是女学生人数的 $\frac{9}{10}$ ，求这班原来学生数和现在学生数？

47. 各是多少个

第一中心小学排练团体操，需用红、蓝两色分别在场地上打点，给学生定位。红、蓝色点有的重合在一起，则改插一面小旗。整个团体操的图形是个面积为81平方米的大正方形。所有的连结红点的横、竖直线组成的小正方形的边长是1米，同样，蓝点是1.5米。现在，先把红蓝点重合的大正方形的四个顶点插上小旗。问还需要再插多少面小旗？场地上只打红色的点，只打蓝色的点各是多少个？

48. 两家相距多远

一位学生经常到老师家请教。他从自家走到老师家需要10分钟，老师从自家走到学生家需要15分钟。有一天，他俩约定同时从两家相向而行，相遇时老师已走了240米，问两家相距多远？

49. 新年晚会

新年晚会上新年老人给小朋友分糖，每包10块，装到最后缺一块，每包9块，装到最后还是缺一块，按7块、6块、5块，装到最后也总是缺一块，问最少有多少块糖？

50. 鞋码

全国统一鞋号中成年男鞋共有14种号码，其中最小的尺码是 $23\frac{1}{2}$ （厘米），各相邻的两个尺码都相差 $\frac{1}{2}$ 厘米，求最大的尺码是多少厘米？

51. 滑稽的售货员

姥姥去买鸡，挑了一只又肥又大的鸡，问售货员：“这只鸡重多少？多少钱”滑稽的售货员说：“这只鸡的重量：五分之四千克再加上它本身重量的 $\frac{4}{5}$ 。这只鸡的价钱是：它的价钱减去它的二分之一得2.5元。”请你算算看，鸡多重？得花多少元钱？

52. 大小齿轮

有两个大小不同的相互咬合的齿轮，大齿轮有42个齿，小齿轮有18个齿。问大小齿轮各转多少圈后，才能重新转到原来的位置？

53. 书童数书

从前，有个书童想知道书生有多少本书，一天，正在那里数书，书生看见后告诉他不要数了，让他算算。他说：“甲柜里有 100 本书，乙柜里的书是全部书的 $\frac{2}{5}$ ，丙柜里的书是甲、乙两个柜里书的和的一半，问一共有多少本书？”请你算算。

54. 有多少人

(1) 四年级一班同学做早操，共排成四行，每行人数相等。小红站在第四行中，从前面数过来是第八位，从后面数过来是第六位，求四年级一班有多少人？

(2) 某校对参加智力竞赛的学生进行了两次测验，第一次及格的是不及格人数的 2 倍，第二次及格人数增加 8 人，及格是不及格人数的 8 倍。问参加智力竞赛的学生共有多少人？

55. 无人驾驶汽车

无人驾驶汽车，第一天行驶了全程的 $\frac{3}{8}$ ，第二天行了第一天行的 $\frac{5}{6}$ ，第三天行完剩余的 250 千米，问无人驾驶汽车三天共行多少公里？

56. 四艘轮船

在某港停泊四艘轮船，1992 年 1 月 1 日同时离开港口，去青岛的船每 6 天回港一次，去天津的船每 8 天回港一次，去广州的船每 30 天回港一次，去上海的船每 20 天回港一次，这四只船要什么时候才能在港口重新会合？

57. 小红的生日

小红的生日是四月份第二周的星期三，四月份里星期三的日数是 62，小红的生日是四月几日？

58. 买书

学校图书室买了 20 本外文书后，又要买科技书。外文书的单价比科技书低 $\frac{1}{7}$ 。如果用买 20 本外文书的钱，买 18 本科技书，还少 1.2 元。试问这两种书的单价各是多少？

59. 搬桌子

有 110 张桌子，三次搬完。第一次每人搬一张，第二次每两人搬一张，第三次每三人搬一张，问共有多少人？

60. 两站相距多少千米

有两列火车，同时自甲、乙两站相向而行，第一次相遇在距甲站 40 千米处，相遇后，两车仍以原速度继续前进，各车分别到彼站后，立即返回，则两车又相遇在距乙站 20 千米处，两站相距多少千米？

61. 每天看多少页

姐姐每天看 4 页书，已看完 80 页。弟弟两天看了 10 页书，他想用十天时间赶上姐姐，他以后每天应看多少页书？

62. 行车问题

甲车长 80 米，每秒行 15 米。乙车长 50 米，每秒行 10 米。问两车相遇后，几秒即可穿过？

63. 绕城走了多少周

两个人同时从同一地点出发，按同一方向绕城行走，其中一个人的速度是每小时 4 公里，另一个人的速度是每小时 $3\frac{1}{3}$ 公里，这城周围长 15 公里，几小时后这两个人相遇？相遇时两人各绕城走了多少周？

64. 相距多少米

在一块空地里共种树 320 棵，每 8 棵为一排，两排之间隔 1.2 米，问首尾两排相距多少米？

65. 大运河

中国大运河由清江至扬州约 200 千米，某船由清江至扬州需行 20 小时，由扬州至清江需要 25 小时。问清江至扬州这段运河水流每小时的速度是多少千米？

66. 各是多少元

甲种糖 3 千克与乙种糖 5 千克的价钱相同，已知甲种糖 2 千克与乙种糖 3 千克共值 22.8 元。每千克甲、乙种糖价各是多少元？

二、数学趣题

1. 国王分家产

传说古时候有位国王给六位王子分家产。老大分得全部家产的 $\frac{1}{2}$ ，老二分得剩下的一半，第三分得再剩下的一半……，就这样按照分得剩下的一半，逐个分下去，老五应分得几分之几？还剩下几分之几？老六应分得几分之几？还剩下几分之几？

2. 冰化成水

水结成冰，其体积要膨胀 $\frac{1}{11}$ ，冰熔化成水，其体积要缩小多少？

3. 颜色相同

有红、黄、蓝、黑四种小球各若干个，每个人可以从中任意摸出两个。那么，需要多少个人同时摸球，才能保证至少有2人摸的小球颜色相同？

4. 三种票

有40名学生到碧海山庄公园春游，16名学生买了过索桥的票，15人买了汽枪打靶的票，20人买了舞票，其中有3人既买了过索桥的票又买了汽枪打靶的票，有5人既买了汽枪打靶的票又买了舞票，有7人既买了舞票又买了过索桥的票，有2个人三种票都买了。40名学生中有没有人这三种票哪一种都没买到？

5. 你能办到吗

请在121这个数后面补上三个数字，组成一个六位数，使这个数能分别被3、4、5整除，并且要求这个数值尽量小，你能办到吗？

6. 小聪明

“六一”儿童节，某小队全体同学（十人）去玩电子游戏，但每次只能一个人玩。同学们都想先玩，谁也不谦让。这时有人想了个主意，叫他们站成一排，1、2、3、4……报数，报单数的离开队伍，剩下的再报数，报单数的再离开……，最后剩下谁，谁就先玩。小聪明很快找到了第一个先玩的应站的位置。想想看，小聪明站在几号位置上？

7. 哪几根可以不拔掉

爸爸为妈妈买了一块生日蛋糕，小灵巧为妈妈买了若干根小蜡烛。小灵巧想在蛋糕的周围插一圈蜡烛。每隔6厘米插上一根，当插到11根时，蜡烛剩了很多，只好改成每隔4厘米插一根。妈妈想把插过的蜡烛全拔掉，重新插。小灵巧不同意。他说有几根可以不拔掉，你说说看，哪几根可以不拔掉呢？

8. 五个星期日

某月份内有五个星期天，其中三个星期天的日期是偶数，二个星期天的日期是奇数。那么，这个月里哪几天是星期日？

9. 养兔

一位农民，一月份他买了一对刚生下的小兔，一个月后这对小兔长成了大兔，一个月后又生下一对小兔。这样下去，十二月份时他家共有多少对兔子？算一算你就会知道他走养兔的路是能发家致富的。

10. 野牛迁居

一群野牛居住在森林里。它们要迁居，野牛王把野牛召集在一起，点名时，发现缺席只数是出席只数的 $\frac{1}{6}$ ，它很生气，刚要批评时，又跑来1只野牛，这时，缺席只数是出席只数的 $\frac{1}{7}$ ，问这群野牛有多少只？

11. 哪几种血型

假定父亲的血型为 A，母亲的血型为 AB，我们在单个字母的符号 A 后加写字母 O，即有 AO 表示父亲的血型。因此父母的血型是 AO 和 AB。从母血的符号中和父血的符号中各取一个字母组合起来就是子女的血型符号，再把这些符号进行化简：相同的两个字母可简写成一个，去掉两个字母中的 O，这样得出的血型就是他们的子女的血型。试问，他们的子女的血型只能是哪几种？（AB 和 BA 都可认为是 AB 型的）

12. 猜数游戏

如果甲是猜者，乙是被猜者。乙应按下列要求算出得数，并写在纸上供甲猜：

- (1) 在自己要猜的公历年数的末两位数上乘以 5，再加上 3；
- (2) 再把得数扩大 20 倍；
- (3) 再加上要猜的月份，并从中减去 60。

甲的猜法是：

得数的上两位数是猜的年份，下两位就是猜的月份。

你能说出道理吗？

13. 分组

某班现有学生 56 人。除了 1 号丁丽同学转学外，其余 2 至 57 学号都有人。一天，班长将全班同学分成甲、乙、丙、丁四个组，按学号顺序分组：2 号在甲组、3 号在乙组、4 号在丙组、5 号在丁组、6 号在甲组、7 号在乙组……。请问班长是 55 号应分在哪个组？

14. 这样分法合理吗

有红、白、黑三支钢笔，甲、乙、丙三人每人一支，但都想要红色的，怎样分好呢？

甲提出了一个办法：每人一次掷两个骰子，如果两个骰子上点数的和是 2、3、4 或 5，就分得白色的；如果点数的和是 6、7 就分得红色的；如果点

数的和是 8、9、10、11 或 12，就分得黑色的。想想看，这样分法合理吗？

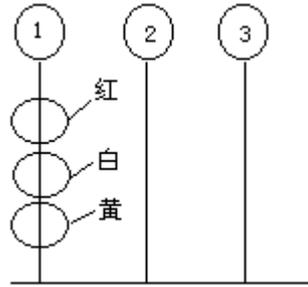
15. 抹掉两面

用消磁器抹掉录音带的原音既省时间，效果又好。使用消磁器时，可以同时用两只手各操作一盘带（每只手只能操作一盘带）。

王老师想把用过的三盘（排号为甲、乙、丙）录音带抹掉，每盘录音带需要抹掉两面，抹掉一面需要 $1\frac{1}{5}$ 分钟，那么他抹掉三盘录音带最少需要多少时间呢？

16. 三色环

游戏方法：把套在第一根棍上红、白、黄三个色环全部挪到第三根棍上去。但是每次只能挪一个色环，而且三色环的顺序不能改变，必须红环在上面，黄环在最下面。你能移动吗？



17. 至少应是几人

某校有三个课外活动小组共若干人。只参加语文组的 2 人，只参加数学组的 3 人，只参加外语组的有 1 人；同时参加语、数小组的 7 人，同时参加数、外小组的 8 人，同时参加语、外小组的 9 人；同时参加三个小组的若干人。现在已知从以上同学中任意抽选 10 人至少有 2 人是外语小组的，那么三个小组都参加者（1）最多是几个人？（2）至少应是几个人？

18. 只称一次

每盒牛肉罐头 500 克（没贴商标），每盒羊肉罐头 490 克（没贴商标）。每 10 盒罐头装一箱。粗心的装卸工人把九箱牛肉罐头和一箱羊肉罐头放在一起。你能只称一次，就把这箱羊肉罐头找出来吗？

19. 再过多少时间

爷爷家的钟表每小时慢 4 分钟，有一天早上八点半时把钟拨准。午间，打开收音机正好报 12 点整。你算算他家的钟表在几点几分上。

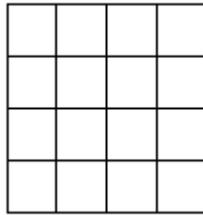
这个钟表要再过多少时间才能指到 12 点整。

20. 两种钞票

阿凡提有一元钞票和五元钞票共 40 张，恰是 100 元。问他有一元钞票和五元钞票各多少张？

21. 快速排列

请将甲、乙、丙、丁四个汉字，分别填在空格里，要求不论横行、直行、斜行都要有甲乙丙丁四个汉字。请你快速排列。



22. 求距离

一弹性球从 10 米高处垂直落下，每次着地后又跳回到原高度的一半再落下，当它第三次着地时，共经过了多长距离？

23. 轿夫多少人

若干位轿夫治 3 顶轿（每顶轿四人），同到 35 千米路的地方，平均每位轿夫抬 30 千米，问轿夫共有多少人？

24. 有多少只

春天来了，一队大雁排着整齐的队形由南向北飞，迎面飞来一只孤雁，说道：“你们的队伍真雄壮，有 50 只吧？”雁队长说：“我们不是 50 只。我们的大雁数加上现有的数的三分之一，再加上现有数的五分之一，还得加上四只，才是 50 只呢？”请你算算，有多少只大雁？

25. 推算

你能推算出 1989 年 10 月 1 日是星期几吗？

推算方法：

（一）先求出四个数：

（1）公历年数的末两位数是 89。第一个数是 89。

（2）从 1901 年到 1989 年，出现过 2 月 29 日的次数。即 $89 \div 4 = 22 \dots 1$ 。
1。第二个数用 22。（如果能整除，并且所求得的日子又在一、二两个月里，那就要从得数中减去 1，因为 2 月 29 日还没有过）。

（3）10 月的系数是 0（各月系数见下表），第三个数用 0。

（4）所求的日数，是 1 号，第四个数用 1。

（二）再将上述四个数加起来，除以 7。

即 $(89 + 22 + 0 + 1) \div 7 = 16$ 最后看余数。余数是几，就是星期几（如果能整除就是星期日）。因为能整除，所以 1989 年 10 月 1 日是星期日。

你能推算出 1990 年 12 月 3 日是星期几吗？

阿各月的系数：

1 月.....0 7 月.....6

2 月.....3 8 月.....2

3 月.....3 9 月.....5

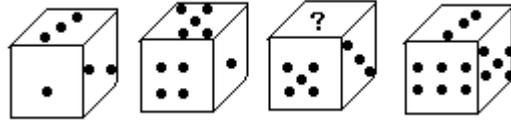
4 月.....6 10 月.....0

5 月.....1 11 月.....3

6 月.....4 12 月.....5

26. 骰子的点数

下面是甲、乙、丙、丁四粒骰子，你能根据各粒显示的点数，推出第三粒“？”上是几点吗？



27. 猴子摘桃

一天，猴子进桃园里摘桃子，从第一棵树上摘下若干，吃掉了二分之一，丢掉了5个，又到第二棵树上摘了剩下的那么多，又吃了二分之一，丢掉了5个，又到第三棵树上摘了第二次剩下的那么多，又吃掉了二分之一，这时只剩两个，问猴子共摘了多少个桃子？吃了多少个桃子？

28. 三项比赛

某班级有25名学生，17人参加数学竞赛，13人参加作文比赛，8人参加讲演比赛，三项比赛都参加的一个也没有。还有6个人什么比赛也没参加。有几名同学既参加作文比赛又参加讲演比赛？

29. 财主买虎皮

从前，有父、子两个财主进城买虎皮，两个人看好了同一张虎皮，都掏出钱要买。卖主看看两个财主的钱后，摇头说：“这张虎皮价值180吊，你们俩谁也买不成，要想买成，我有个办法，把父亲钱的 $\frac{2}{3}$ 给儿子，儿子可以买成；或者把儿子的钱的 $\frac{3}{4}$ 给父亲，父亲也可以买成。”父、子俩都摇头不肯。问两个财主各带了多少钱？

30. 乘车和步行

400名师生到距学校50公里的海滨去游泳，学校只有一辆每次载100人的汽车，决定先运走100人，其余的人同时开始步行，等汽车把第一批送到目的地后，再立即返回接在途中第二批的100人，剩下的人再继续步行，依此下去，直到将400人分四批全部送到目的地为止。设汽车的平均速度是师生步行速度的9倍，汽车送完四批师生共行了多少公里？

(上、下车的时间略去不计)

31. 多少位小朋友

夏令营的小朋友参加计算机竞赛的不足400人。如果每2、3、4、5、6人一组，总是多出1人。如果每7人一组正好分开，问夏令营共有多少位小朋友？

32. 贝壳在谁口袋里

甲、乙、丙三位同学去海边玩耍，拾到一个好看的贝壳，装在一位同学的口袋里，丁同学知道后就要看看。甲说：“在我这里”，乙说：“不在我这里”，丙说：“不在甲那里”。丁生气的问：“谁的话是真的？”他们告

诉丁同学，这三句话中有一句是真话，请你想想看，贝壳在谁口袋里？

33. 谁打碎了水杯

甲、乙、丙、丁和戊五个人中有一个人打碎了张家的水杯。奶奶问他们时，每个人都说了三句话。

甲： 我打的打碎水杯； 我从来没有打碎过水杯； 这是丁打碎的。

乙： 我没有打碎水杯； 我自己有水杯； 戊知道是谁打碎的。

丙： 我没有打碎水杯； 我在以前不认识戊； 这是丁打碎的。

丁： 我没有打碎水杯； (11) 这是戊打碎的； (12) 甲讲我打碎是没有根据的。

戊： (13) 我没有打碎张家的水杯； (14) 这是乙打碎的； (15) 丙从小就认识我，他可以为我担保。

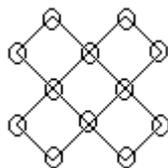
过几天后，每个人都分别承认：三句话中两句是真话，一句是假话。

请你从上述 15 句话中推理出谁打碎的水杯。

34. 涂色游戏

近代世界上有三大数学难题，即费尔马定理、哥德巴赫猜想、四色问题。

四色问题是 1852 年英国数学家费南希斯·格里斯提出的，结论是：“不论多么复杂的地图，只要用四种颜色就可以解决着色问题。”后来有人要求从理论上加以证明。但经过一百多年也没有人能够证明，所以这个问题就成了世界上著名的数学难题之一。

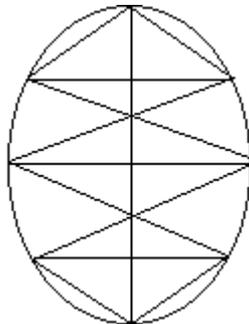


1976 年美国有两位数学家，运用高速电子计算机，计算了 1200 多个小时，才证明了这个难题。

请你做一个涂色游戏，实践一下四色问题的理论。

(1) 给左边图形中的各点(小圆圈)涂上颜色，相连接的两个点的颜色要不同，最少要用几种颜色？

(2) 用不同颜色表示下面 20 个区域。相邻两个区域的颜色要不相同，最少要用几种颜色？



35. 三位哲学家

有三位哲学家，一天在野外睡了一觉，被一位画家给画上了鬼脸，醒来后三人互相看后都哈哈大笑。不一会，有一位老哲学家不笑了，他想到了自

己的脸也一定被画成鬼脸了，他怎么知道的呢？

36. 是否准确

某校有学生 1247 人，在一次全校人数统计中得到下列数据：

高年级（4、5、6 三个年级）有 479 人，女生有 376 人，少先队员有 297 人，高年级少先队员有 184 人，高年级女少先队员有 112 人，高年级女生有 192 人，女生少先队员有 172 人，非少先队员的低年级（1、2、3 年级）男生，有 341 人，问统计是否准确？为什么？

37. 化成二进制数

把十进制数化成二进制数的方法：

用短除式将十进制数连续除以 2，把每步除得的；写在短除式的右边。

把所得的余数按自下往上的顺序排列起来，就是化成二进制数。

[例 1] 把十进制数 25 化成二进制数。

十进制数 每步的余数

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 25} \text{ -----} 1 \\ 2 \overline{) 12} \text{ -----} 0 \\ 2 \overline{) 6} \text{ -----} 0 \\ 2 \overline{) 3} \text{ -----} 1 \\ 1 \text{ -----} 1 \end{array}$$

十进制数 25 化成二进制数是 11001。

[例 2] 把十进制数 124 化成二进制数。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 124} \text{ -----} 0 \\ 2 \overline{) 62} \text{ -----} 0 \\ 2 \overline{) 31} \text{ -----} 1 \\ 2 \overline{) 15} \text{ -----} 1 \\ 2 \overline{) 7} \text{ -----} 1 \\ 2 \overline{) 3} \text{ -----} 1 \\ 1 \text{ -----} 1 \end{array} \quad \text{二进制数是 1111100。}$$

[例 3] 把十进制数 241 化成二进制数。

2	2415	-----1
2	1207	-----1
2	603	-----1
2	301	-----1
2	150	-----0
2	75	-----1
2	37	-----1
2	18	-----0
2	9	-----1
2	4	-----0
2	2	-----0
	1	-----1

二进制数是 100101101111。

你能用上述方法把 17、23、141 化成二进制数吗？

38. 化成十进制数

把二进制数化成十进制数的方法。

先将二进制数左面第一位乘以 2，加上左起第二位再乘以 2，加上左边第三位再乘以 2……直到加上左起最后一位。

[例 1]把二进制数 110011 化成十进制数。

$$\begin{aligned}
 &1 \times 2 = 2 \\
 &(2+1) \times 2 = 6 \\
 &(6+0) \times 2 = 12 \\
 &(12+0) \times 2 = 24 \\
 &(24+1) \times 2 = 50 \\
 &50+1 = 51
 \end{aligned}$$

即二进制数 110011 化成十进制数是 51。

[例 2]把二进制数 100010 化成十进制数。

$$\begin{aligned}
 &1 \times 2 = 2 \\
 &(2+0) \times 2 = 4 \\
 &(4+0) \times 2 = 8 \\
 &(8+0) \times 2 = 16 \\
 &(16+1) \times 2 = 34 \\
 &34+0 = 34
 \end{aligned}$$

即二进制数 100010 化成十进制数是 34。请你用上述方法把二进制数 110001、100110、101010 化成十进制数。

三、巧填妙算

1. 二位数

有一个二位数，其数字和为 10，数字差为 2，而十位数字的值比个位数大。问这个二位数是多少？

2. 三个分数

用 0、1、2、3、4、5、6 这七个数字，组成三个真分数，再用两个乘号把它们连成一个乘法算式，使它的结果等于 $\frac{1}{8}$ 。

3. 是多少

(1) 用 32、36、48 去除时都余 15 的最小自然数是多少？

(2) 连续 11 个偶数的和是 132，其中最大的一个偶数是多少？

(3) 从 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这十个数字中选出不同的数字组成一个五位数，使它能被 3, 5, 7, 13 整除，这个数最大是多少？

4. 按要求写算式

请你按要求写出十个算式，每个算式应符合下列条件：两个分数相乘所得的积与这两个分数相减所得的差是相同的。

5. 甲数是多少

甲、乙两数样多。甲数的 $\frac{1}{2}$ 加上乙数的 $\frac{1}{4}$ ，再加甲数与乙数之和，再加上 1，恰好等于 100。你能算出甲数是多少吗？

6. 最小公倍数是多少

两数之差是 14，它们的最大公约数是 7，如果这两个数一个是两位数，一个是三位数，那么这两个数的最小公倍数是多少？

7. 填运算符号

在五个 $\frac{1}{2}$ 之间填“+”、“-”、“×”、“÷”“()”等符号，使运算结果等于 1、2、3。

$$\text{如} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) \div \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 0$$

$$(1) \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} = 1$$

$$(2) \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} = 2$$

$$(3) \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} = 3$$

8. 和是多少

(1) $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{97 \times 99}$ 的和是多少？

(2) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$

(3) $\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \dots + \frac{2}{99 \times 101}$

(4) $\frac{3}{1 \times 4} + \frac{3}{4 \times 7} + \dots + \frac{3}{100 \times 103}$

9. 另一个数是多少

两个数的最大公约数是 4，最小公倍数为 1428，已知一个数为 84，求另一个数是多少？

10. 找五位数

$\frac{7}{7} = \frac{1}{5}$ 等式中的 $\frac{1}{5}$ 代表一个五位数，请把这个五位数找出来。

11. 求甲、乙两个数

(1) 甲、乙两数的差为 7，甲数 5 倍与乙数 9 倍的和为 189，求甲、乙两数（甲 > 乙）。

(2) 甲、乙两数之差是 85.8，乙数乘以 7，甲数加上 9 后就相等了。求甲、乙两数。

12. 不能整除

已知二个数的最小公倍数是 72，最大公约数是 12。这两个数互相不能整除。求这两个数。

13. 原分数是多少

有一个分数（它的分子和分母分别都不超过 20），如果在它的分子上加 1，这个分数就等于 1；如果在它的分母上加 1，这个分数就等于 $\frac{8}{9}$ 。原分数是多少？

14. 写出三位数

写出所有符合下列条件的三位数：它们的最大公约数是 38，最小公倍数是 2394。

15. 怎样算简便

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{9}\right) \times \left(1 - \frac{1}{16}\right) \times \left(1 - \frac{1}{25}\right) \times \left(1 - \frac{1}{36}\right) \times \left(1 - \frac{1}{49}\right) \times \left(1 - \frac{1}{64}\right) \times \left(1 - \frac{1}{81}\right) = ?$$

这道题怎样算简便？

16. 各是多少

两个数的和是 43，较大数除以较小的数所得到的商是 4 余 3，这两个数各是多少？

17. 有多少个是 99 的倍数

有一列数：6、12、18、24、30、36……6000 问：这列数中有多少个是 99 的倍数？

18. A 和 B 谁大

$$A = \frac{2222221}{2222223} \quad B = \frac{3333331}{3333334}$$

A 和 B 谁大？

比较这两个数的大小，有个简便的算法，只要几秒钟就能算出结果来。试试看。

19. 剩下的数是多少

1991 减去它的 $\frac{1}{2}$ ，再减去余下的 $\frac{1}{3}$ ，再减去余下的 $\frac{1}{4}$ ……依次类推，最后减去余下的 $\frac{1}{1991}$ ，那么，最后剩下的数是多少？

20. 按规律填数

- (1) 2、7、22、67、____、____
- (2) 82、79、75、70、____、____
- (3) 5、9、17、33、____、____
- (4) 12、7、4、5、3、25、____、____
- (5) 2.4、4.6、9、17.8、____、____
- (6) $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{10}$ 、_____、_____
- (7) $\frac{1}{2}$ 、 $1\frac{1}{4}$ 、 $1\frac{5}{8}$ 、 $1\frac{13}{16}$ 、_____、_____

21. 求和

$$\frac{1}{2345} + \frac{2}{2345} + \dots + \frac{2343}{2345} + \frac{2344}{2345}$$

22. 三位数是多少

有三个数字，能组成 6 个不相同的三位数，它们相加的和是 3330，其中最大的一个三位数是多少？

23. 这是什么道理

任意多位数减去它各位上数字之和，必是 9 的倍数，这是什么道理？

24. 快速计算

(1) 有这样 71 个分数： $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{1}{7}$ 、 \dots 、 $\frac{1}{72}$ ，请你从中选出 8 个，使这 8 个不同的分数的和等于 1。

$$(2) 1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+99+100} = ?$$

25. 求某数

(1) 某数的 5 倍加 27，则与某数的 8 倍相等。求某数。

(2) 有某数，减 3 后的 4 倍，等于它的 2 倍加 36。求某数。

26. 数字互换

有一个两位数，其数字和为 9，如果这个两位数减去 9，则这个两位数个位上的数字就与十位上的数字互换。求这个两位数。

27. 两个带分数

请将 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 这十个数字组成两个带分数，用一个加号连接起来，使它的结果等于 100。

$$(87) \frac{(\quad)}{(\quad)} + (\quad) \frac{(\quad)}{(\quad)} = 100$$

28. 连比

甲乙比为 2 : 3，乙丙比为 4 : 5，丙丁比为 6 : 7。求甲乙丙丁的连比。

29. 11 的倍数

凡一个数的奇位数字的和同它的偶位数字的和相减（大的和减去小的和），所得的差是 0 或是 11 的倍数时，这个数就是 11 的倍数。下列各数，哪些是 11 的倍数？

(1) 64273

(2) 208549

(3) 77360822

30. 7 的倍数

先把一个数的末位有效数字（1、2、3、4、5、6、7、8、9）割去，并在上位减去所割去数的 2 倍，然后再将余数的末位数割去并在上位减去这次割去数的 2 倍，直到很容易看出余数是不是 7 的倍数为止，如果余数是 7 的倍数，这个数就是 7 的倍数。下列各数，哪些是 7 的倍数？

(1) 8568

(2) 20909

(3) 694853

31. 13 的倍数

先把一个数的末位有效数字割去，并在上位加上所割去数的 4 倍，然后再将和数的末位数割去，并在上位加上所割去数的 4 倍，这样继续下去，直到能够很容易看出和数是不是 13 的倍数为止。是 13 的倍数，这个数就是 13 的倍数。下列各数，哪些是 13 的倍数？

(1) 5564

(2) 94321

(3) 26832

32. 有余数

(1) 一个数被 2 除余 1，被 3 除余 2；被 4 除余 3，被 5 除余 4，被 6 除余 5，你能算出最小的这个数吗？如果能的话，请想一想在 500 以内有几个这样的数？

(2) 有一个数，用 3 除余 1，用 4 除余 2，用 5 除余 3。这个数应该是多少？（取 100 以内的数）

33. 奇妙的得数（一）

$$7 \times 9 =$$

$$77 \times 99 =$$

$$777 \times 999 =$$

$$7777 \times 9999 =$$

$$77777 \times 99999 =$$

$$777777 \times 999999 =$$

$$7777777 \times 9999999 =$$

$$77777777 \times 99999999 =$$

$$777777777 \times 999999999 =$$

34. 奇妙的得数（二）

$$88 \times 99 =$$

$$888 \times 999 =$$

$$6666 \times 9999 =$$

$$66666 \times 99999 =$$

$$666666 \times 999999 =$$

$$5555555 \times 9999999 =$$

$$555555 \times 999999 =$$

$$55555 \times 99999 =$$

$$4444 \times 9999 =$$

$$444 \times 999 =$$

$$33 \times 99 =$$

$$3 \times 9 =$$

35. 多大数以内的任意一个数

1, 2, 2×2 , $2 \times 2 \times 2$, ..., $\underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{10 \uparrow 2}$ 这十一个数中任意

几个数的和能表示多大数以内的任意一个数？

36. 能被 7、11、13 整除

若在六位数 \overline{abcdef} 中, $a = d$, $b = e$, $c = f$, 说明这个六位数必能被 7, 11, 13 整除。

37. 个数最多的一组数

写出个数最多的一组数, 其中每个数都不大于 100, 而且各不相等, 它们的最大公约数是 7, 最小公倍数是 819。

38. 奇数

把正奇数如下排起来：

1；

3, 5；

7, 9, 11；

问：(1) 第一行到第九行共有多少个数

(2) 第十行的第一个数与最后的一个数各是几？

39. 哪一个数

1、2、3、4、5 五个数字可以组成多少个不同的五位数？依次将这些数从小到大排成一排, 第一个数是多少？第二个是多少？最后一个是多少？43251 是第几个数？第 93 个数是哪一个数？

40. 求证

求证： $\underbrace{11 \cdots 1}_{101 \uparrow 1} = \underbrace{22 \cdots 2}_{50 \uparrow 2} = \underbrace{33 \cdots 3}_{50 \uparrow 3} \times \underbrace{33 \cdots 3}_{50 \uparrow 3}$

41. 这五个数各是多少

已知, $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5$, 做 x_1 、 x_2 、 x_3 、 x_4 、 x_5 五个数中每两个的和, 共得十个数, 把这十个数从小到大排起来是 23、26、27、28、29、31、32、32、35、37 求这五个数各是多少？

42. 两个相邻自然数之积

将 $\underbrace{11 \cdots 1}_{100 \uparrow 1} \underbrace{22 \cdots 2}_{100 \uparrow 2}$ 这个数, 写成两个相邻自然数之积。

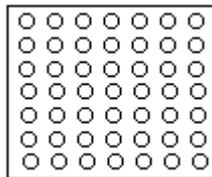
四、几何图形

1. 一笔划掉

有九个三角形，摆成如下位置，请你用一笔画出四条直线，把所有的“ ”都划掉。

2. 每行四个

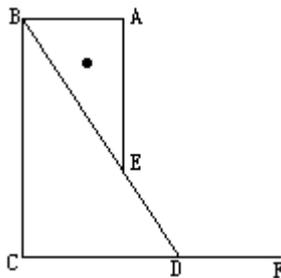
方框里共有 49 个小圈，如图所示。如果要留下 10 个小圈，并保持五行，每行四个小圈，应该留下哪些小圈呢？



3. 求角度

已知： $BC \perp CD$ ， $AB=AE$ ， $\angle BDF=132^\circ$

求： $\angle A$ 的度数

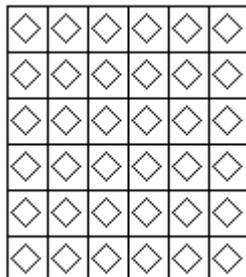


4. 对称轴

想一想，正方形、长方形、等边三角形、等腰梯形、正六边形各有几条对称轴？

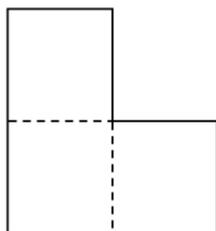
5. 三十六个“ ”

如图所示，在方格里有 36 个“ ”，要划掉 12 个。使横竖各行都剩有相同数目的未划掉的“ ”。应该划掉哪些个“ ”？



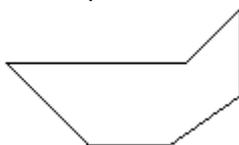
6. 剪剪拼拼

下图是由 3 个边长为 2 厘米的正方形组成的。请你将下图剪成四个大小和形状都相同的图形，然后再把它拼成一个（空心）边长是 4 厘米的大正方形。



7. 巧剪巧拼

请把下图中这块纸，剪成三块，巧拼成一个正方形。



8. 切拼正方形

一个边长 5 厘米的正方形，把它切成 4 块，然后分别拼成一个边长 3 厘米和一个边长 4 厘米的正方形，怎样切拼？

9. 折纸游戏

爸爸给光光买回一张长 54 厘米，宽 48 厘米的彩色大纸。让他不浪费一点纸料，把它剪成同样大的正方形纸块。可能剪成最大的正方形的边长是多少？一共可以剪多少块这样的正方形？

10. 拼棋盘

奶奶让罗罗用长 12 厘米，宽 10 厘米的若干块木板，拼成一个正方形的棋盘。奶奶问罗罗：最少需要多少块这样的木板？拼成的棋盘边长是多少厘米？

11. 画正方形

请画一个正方形面积等于下图正方形面积的两倍。你能想出既迅速而又正确的画法吗？



12. 几种图案

有一块长方形的白纸，长是 10 厘米，宽是 6 厘米，如果把它分成全等的四个图形，你能画出几种不同的图案？

13. 巧算正方形的面积

已知一个正方形的对角线长 8 米，求这个正方形的面积是多少？

14. 正方形的边长

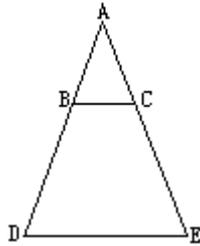
有一块正方形的地，它的周长和它的面积相等，这块正方形地的面积是多少平方米？边长是多少米？

15. 长增加多少

某学校原有一块长方形的实验田，长 8 米，宽 6 米，计划把原有的实验田的面积扩大到 288 平方米，宽扩大 2 倍，长应增加多少米？

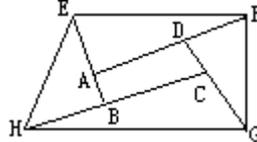
16. 多少倍

三角形 ADE 中， $AB = \frac{1}{5}AD$ ， $AC = \frac{1}{5}AE$ ，求大三角形 ADE 是小三角形 ABC 面积的多少倍？



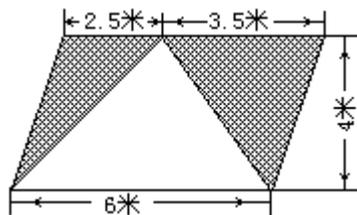
17. 求面积

如图：把四边形 ABCD 的各边都延长一倍后，得到一个新的四边形 EFGH。如果小四边形 ABCD 的面积是 1 平方厘米，求大四边形 EFGH 的面积。



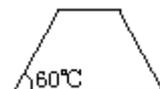
18. 平行四边形

下图是一个平行四边形。阴影部分面积与其余部分面积相等吗？有阴影的两个三角形的面积相等吗？



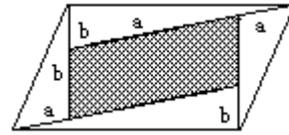
19. 分成 9 份

如图，一等腰梯形，下底是上底的 2 倍，请你把它分成面积相等，形状相同的 9 份。



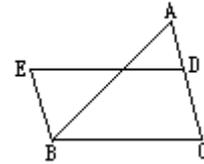
20. 阴影部分是多少

下图是一个大平行四边形，它的面积是 90 平方厘米。其中阴影部分是长方形。求阴影部分是多少平方厘米？



21. 比是多少

右图中，三角形 ABC 的面积与平行四边形 BCDE 的面积之比是 2 : 3，求它们以 BC 为底的高的比。

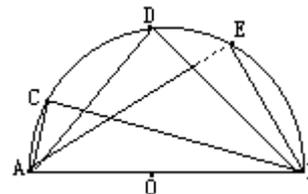


22. 哪个面积大

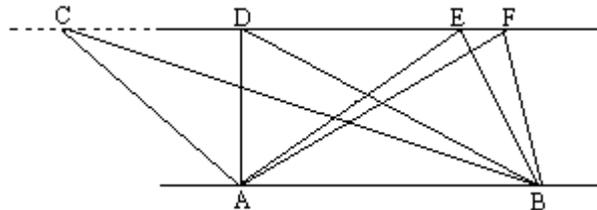
用两条 12.56 米的钢丝分别围成一个圆和一个正方形，哪个面积大？大多少？

23. 判断大小

(1) 图中有 ABC、ABD 和 ABE，通过观察，请指出哪个三角形的面积最大？哪个三角形的面积最小？为什么？



(2) 图中有 ABC、ABD、ABE 和 ABF 四个。通过观察，判断出它们的面积哪个大？为什么？



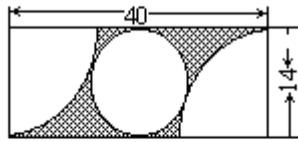
24. 长方形面积和圆的面积

有一块长方形的面积和半径是 3 米的圆的面积相等。已知长方形的一边为 5 米，问另一边长多少？

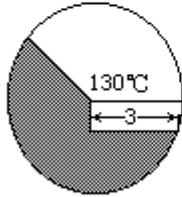
这两个图形的周长各是多少？

25. 阴影部分的面积

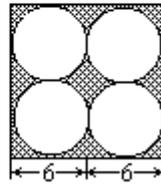
计算下列各图中阴影部分的面积（单位是厘米）



(1)



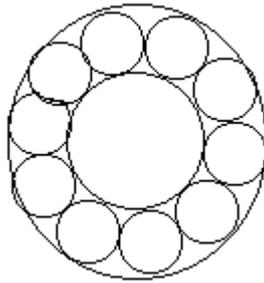
(2)



(3)

26. 铁球的横截面

有一轴承，横截面（如图）外圆周长为 25.12 厘米，内圆周长为 18.84 厘米，环形内一个铁珠的横截面的面积多大？



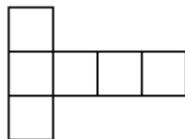
27. 花坛的周长

六一幼儿园要在园门前修一个梅花形的花坛（如图），外圈是五个半圆形，每个半圆的半径都是 2 米。这个花坛的周长是多少米？



28. 正方体的展开图

把一个正方体的各面展开放在桌面上，下图就是正方体的一个展开图形，试问，一个正方体有几种展开图。



29. 长方体的体积

阿强做一道求长方体体积的数学题。当他算完长乘以宽以后，发现宽厚

多算了 $\frac{1}{3}$ ，他又一想：宽和高的尺寸相同，既然宽多算了 $\frac{1}{3}$ ，那么高的尺寸就少算了 $\frac{1}{3}$ ，这样就可以抵消多算的部分。这样想对吗？

30. 长方体和正方体

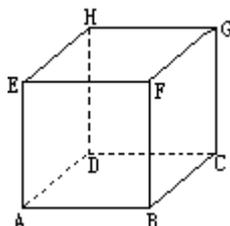
一个棱长 5 厘米的立方体是由棱长 1 厘米的小立方体若干个堆砌而成的。

如果小立方体增加 3 个，可以堆砌出多少种长、宽、高都不相同的长方体？

如果小立方体减少 5 个，可以堆砌出多少种长、宽、高都不相同的长方体？

31. 最短的路程

一个正方体。如图所示。一只蚂蚁要以 A 点爬到 G 点，应该怎样爬，路程才最短？

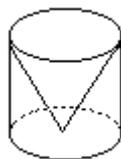


32. 圆柱体

张叔叔画罐头商标（围在圆柱体上），商标图案的要求是：从上底圆周上的 A 点起绕圆柱侧面一周到下底圆周上的 B 点处，画一条红线。你能帮助他找到这条最短的线段吗？

33. 圆锥体

有一块圆柱形木料，底面半径是 10 厘米，高是 8 厘米，制作一个最大的圆锥体需旋去多少木料？（见下图）



34. 地球和太阳的体积

地球的直径是 12750 公里，太阳的直径是地球的 109 倍，如果太阳是一个空心巨球，需要 130 万个地球才能把它装满（按体积计算，太阳约可装下 130 万个地球），请你用计算器计算一下地球和太阳的体积各是多少？

$$\text{球体积公式} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi d^3$$

（R 为半径，d 为直径）

35. 多少个

小军堆积木，用长 5 厘米，宽 3 厘米，高 4 厘米的长方体小木块堆成一个最小的立方体。这个立方体的棱长是多少厘米？需要这样的小木块多少个？

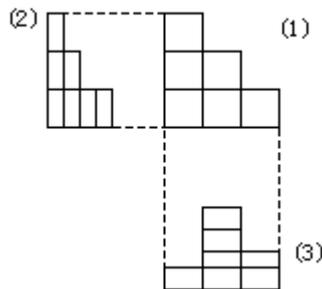
36. 长方体的红砖

小明将同样大小长方体的红砖重叠在一起，结果得到下面三种图形：

图（1）是红砖重叠后的俯瞰图；

图（2）和图（3）是侧面图。

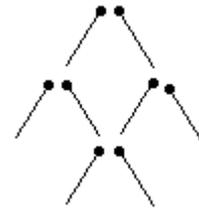
你能从这三个图形中推算出红砖的数量及重叠的方法吗？



37. 摆火柴

（1）有六根火柴棍，要摆成四个三角形，怎样摆法？

（2）用八根火柴棍，先摆成一条鱼，使鱼头向上尾向下（如右图），再移动两根火柴，使鱼的头向右，尾向左。怎样移动？



38. 巧栽树

有树苗九株，种九行，每行三株，怎么栽？

五、名人名题

1. 不说话的学术报告

1903年10月，在美国纽约的一次数学学术会议上，请科尔教授作学术报告。他走到黑板前，没说话，用粉笔写出 $2^{67}-1$ ，这个数是合数而不是质数。接着他又写出两组数字，用竖式连乘，两种计算结果相同。回到座位上，全体会员以暴风雨般的掌声表示祝贺。证明了2自乘67次再减去1，这个数是合数，而不是两百年一直被人怀疑的质数。

有人问他论证这个问题，用了多长时间，他说：“三年内的全部星期天”。请你很快回答出他至少用了多少天？

2. 国王的重赏

传说，印度的舍罕国王打算重赏国际象棋的发明人——大臣西萨·班·达依尔。这位聪明的大臣跪在国王面前说：“陛下，请你在这张棋盘的第一个小格内，赏给我一粒麦子，在第二个小格内给两粒，在第三个小格内给四粒，照这样下去，每一小格内都比前一小格加一倍。陛下啊，把这样摆满棋盘上所有64格的麦粒，都赏给您的仆人吧？”国王说：“你的要求不高，会如愿以偿的”。说着，他下令把一袋麦子拿到宝座前，计算麦粒的工作开始了。……还没到第二十小格，袋子已经空了，一袋又一袋的麦子被扛到国王面前来。但是，麦粒数一格接一格地增长得那样迅速，很快看出，即使拿出来全印度的粮食，国王也兑现不了他对象棋发明人许下的语言。算算看，国王应给象棋发明人多少粒麦子？

3. 王子的数学题

传说从前有一位王子，有一天，他把几位妹妹召集起来，出了一道数学题考她们。题目是：我有金、银两个手饰箱，箱内分别装自若干件手饰，如果把金箱中25%的手饰送给第一个算对这个题目的人，把银箱中20%的手饰送给第二个算对这个题目的人。然后我再从金箱中拿出5件送给第三个算对这个题目的人，再从银箱中拿出4件送给第四个算对这个题目的人，最后我金箱中剩下的比分掉的多10件手饰，银箱中剩下的与分掉的比是2:1，请问谁能算出我的金箱、银箱中原来各有多少件手饰？

4. 公主出题

古时候，传说捷克的公主柳布莎出过这样一道有趣的题：“一只篮子中有若干李子，取它的一半又一个给第一个人，再取其余一半又一个给第二人，又取最后所余的一半又三个给第三人，那么篮内的李子就没有剩余，篮中原有李子多少个？”

5. 哥德巴赫猜想

哥德巴赫是二百多年前德国的数学家。他发现：每一个大于或等于6的偶数，都可以写成两个素数的和（简称“ $1+1$ ”）。如： $10=3+7$ ， $16=5+11$ 等等。他检验了很多偶数，都表明这个结论是正确的。但他无法从理论上证明这个结论是对的。1748年他写信给当时很有名望的大数学家欧拉，请他

9. 布哈斯卡尔的算术题

公园里有甲、乙两种花，有一群蜜蜂飞来，在甲花上落下 $\frac{1}{5}$ ，在乙花上落下 $\frac{1}{3}$ ，如果落在两种花上的蜜蜂的差的三倍再落在花上，那么只剩下一只蜜蜂上下飞舞欣赏花香，算算这里聚集了多少蜜蜂？

10. 马塔尼茨基的算术题

有一个雇主约定每年给工人 12 元钱和一件短衣，工人做工到 7 个月想要离去，只给了他 5 元钱和一件短衣。这件短衣值多少钱？

11. 托尔斯泰的算术题

俄国伟大的作家托尔斯泰，曾出过这样一个题：一组割草人要把二块草地的草割完。大的一块比小的一块大一倍，上午全部人都在大的一块草地割草。下午一半人仍留在大草地上，到傍晚时把草割完。另一半人去割小草地的草，到傍晚还剩下半块，这一块由一个割草人再用一天时间刚好割完。问这组割草人共有多少人？

（每个割草人的割草速度都相同）

12. 涡卡诺夫斯基的算术题（一）

一只狗追赶一匹马，狗跳六次的时间，马只能跳 5 次，狗跳 4 次的距离和马跳 7 次的距离相同，马跑了 5.5 公里以后，狗开始在后面追赶，马跑多长的距离，才被狗追上？

13. 涡卡诺夫斯基的算术题（二）

有人问船长，在他领导下的有多少人，他回答说：“ $\frac{2}{5}$ 去站岗， $\frac{2}{7}$ 在工作， $\frac{1}{4}$ 在病院，27 人在船上。”问在他领导下共有多少人？

14. 数学家达兰倍尔错在哪里

传说 18 世纪法国著名的数学家达兰倍尔不加思索的弄错了下面这个小小的问题：

拿两个五分硬币往下扔，会出现几种情况呢？

情况只有三种：

可能两个都是正面；可能一个是正面，一个是背面，也可能两个都是背面。

因此，两个都出现正面的概率是 $\frac{1}{3}$ 。

你想想，错在哪里？

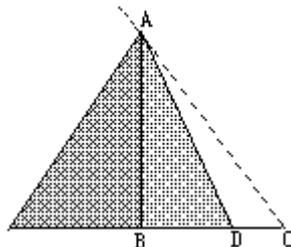
15. 埃及金字塔

世界闻名的金字塔，是古代埃及国王们的坟墓，建筑雄伟高大，形状像个“金”字。它的底面是正方形，塔身的四面是倾斜着的等腰三角形。

两千六百多年前，埃及有位国王，请来一位名子叫法列士的学者测量金字塔的高度。

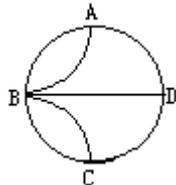
法列士选择一个晴朗的天气，组织测量队的人来到金字塔前。太阳光给每一个测量队的人和金字塔都投下了长长的影子。当法列士测出自己的影子等于它自己的身高时，便立即让助手测出金字塔的阴影长度（CB）。他根据塔的底边长度和塔的阴影长度，很快算出金字塔的高度。

你会计算吗？



16. 一笔画问题

在 18 世纪的哥尼斯堡城里有七座桥（如右图）。当时有很多人想要一次走遍七座桥，并且每座桥只能经过一次。这就是世界上很有名的哥尼斯堡七桥问题。你能一次走遍这七座桥，而又不重复吗？



17. 韩信点兵

传说汉朝大将韩信用一种特殊方法清点士兵的人数。他的方法是：让士兵先列成三列纵队（每行三人），再列成五列纵队（每行五人），最后列成七列纵队（每行七人）。他只要知道这队士兵大约的人数，就可以根据这三次列队排在最后一行的士兵是几个人，而推算出这队士兵的准确人数。

如果韩信当时看到的三次列队，最后一行的士兵人数分别是 2 人、2 人、4 人，并知道这队士兵约在三四百人之间，你能很快推算出这队士兵的人数吗？

18. 共有多少个桃子

著名美籍物理学家李政道教授来华讲学时，访问了中国科技大学，会见了少年班的部分同学。在会见时，给少年班同学出了一道题：“有五只猴子，分一堆桃子，可是怎么也平分不了。于是大家同意先去睡觉，明天再说。夜里一只猴子偷偷起来，把一个桃子扔到山下后，正好可以分成五份，它就把自己的一份藏起来，又睡觉去了。第二只猴子爬起来也扔了一个桃子，刚好分成五份，也把自己那一份收起来了。第三、第四、第五只猴子都是这样，扔了一个也刚好可以分成五份，也把自己那一份收起来了。问一共有多少个桃子？”

注：这道题，小朋友们可能算不出来，如果我给增加一个条件，最后剩下 1020 个桃子，看谁能算出来。

19. 《九章算术》里的问题

《九章算术》是我国最古老的数学著作之一，全书共分九章，有 246 个题目。其中一道是这样的：

一个人用车装米，从甲地运往乙地，装米的车日行 25 千米，不装米的空车日行 35 千米，5 日往返三次，问二地相距多少千米？

20. 《张立建算经》里的问题

《张立建算经》是中国古代算书。书中有这样一题：公鸡每只值 5 元，母鸡每只值 3 元，小鸡每三只值 1 元。现在用 100 元钱买 100 只鸡。问这 100 只鸡中，公鸡、母鸡、小鸡各有多少只？

21. 《算法统宗》里的问题

《算法统宗》是中国古代数学著作之一。书里有这样一题：

甲牵一只肥羊走过来问牧羊人：“你赶的这群羊大概有 100 只吧”，牧羊人答：“如果这群羊加上一倍，再加上原来这群羊的一半，又加上原来这群羊的 $\frac{1}{4}$ ，连你牵着的这只肥羊也算进去，才刚好凑满一百只。”

请您算算这只牧羊人赶的这群羊共有多少只？

22. 洗碗（中国古题）

有一位妇女在河边洗碗，过路人问她为什么洗这么多碗？她回答说：家中来了很多客人，他们每两人合用一只饭碗，每三人合用一只汤碗，每四人合用一只菜碗，共用了碗 65 只。

你能从她家的用碗情况，算出她家来了多少客人吗？

23. 和尚吃馒头（中国古题）

大和尚每人吃 4 个，小和尚 4 人吃 1 个。有大小和尚 100 人，共吃了 100 个馒头。大、小和尚各几人？各吃多少馒头？

24. 百蛋（外国古题）

两个农民一共带了 100 只蛋到市场上去出卖。他们两人所卖得的钱是一样的。第一个人对第二个人说：“假若我有象你这么的蛋，我可以卖得 15 个克利采（一种货币名称）”。第二个人

说：“假若我有了你这些蛋，我只能卖得 $6\frac{2}{3}$ 个克利采。”问他们俩人各有多少只蛋？

答案

一、生活中的数学

1. 男装与女装

因男学生比女学生多 1 人，如果不多这一人，给男同学每人做一套服装则少布 3 米。

男学生和女学生人数相等的情况下，都做男装少 3 米布，都做女装多 2 米布。男装比女装共多用 5 米布。

又因每套男装比每套女装多用布 $3.4 - 3.2 = 0.2$ (米)，男装比女装共用 5 米布，得知人数是： $5 \div 0.2 = 25$ (人)，女学生是 25 人，男学生是 26 人。

$3.2 \div 25 + 2 = 82$ (米) 或者 $3.4 \times 26 - 6.4 = 82$ (米)。有布 82 米。

2. 剧场有多少座位

最后一排是：

$$38 + 2 \times (20 - 1)$$

$$= 38 + 2 \times 19$$

$$= 38 + 38$$

$$= 76$$

共有座位是：

$$\frac{(38 + 76) \times 20}{2} = 1140$$

3. 合格与不合格

如果 90 台录音机都合格，应得奖金 $12 \times 90 = 1080$ (元)，实际得奖金 824 元，少得奖金 $1080 - 824 = 256$ (元)

每生产一台不合格的录音机，不仅得不到奖金 12 元，还扣 20 元，共损失 $12 + 20 = 32$ (元)，所以不合格的录音机是： $256 \div 32 = 8$ (台)，合格的录音机是： $90 - 8 = 82$ (台)

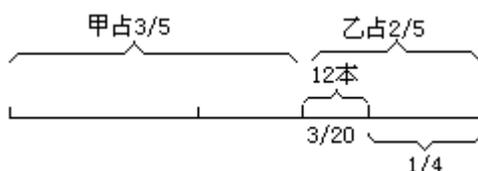
4. 各买多少支

如果买的 22 支全都是钢笔，则应花 $2.7 \times 22 = 59.4$ (元) 比实际多用了 $59.4 - 42.6 = 16.8$ (元)。

因每支钢笔比每支毛笔多用 $2.7 - 1.5 = 1.2$ (元)，则毛笔有 $16.8 \div 1.2 = 14$ (支)，钢笔有 $22 - 14 = 8$ (支)

5. 各有多少本

图示



$$\text{列式：} 12 \div \left(1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{4}\right) = 80 \text{ (本)}$$

$$\text{甲有书：} 80 \times \frac{3}{5} = 48 \text{ (本)}$$

$$\text{乙有书：} 80 - 48 = 32 \text{ (本)}$$

6. 愚蠢的伯爵

100增加它的 $\frac{1}{4}$ 是 $100 \times (1 + \frac{1}{4}) = 125$ ；再减少增加后的 $\frac{1}{4}$ 是 $125 \times (1 - \frac{1}{4}) = 93\frac{1}{4}$ 。

因为伯爵把标准量搞错了，所以他答的不对。

7. 牛奶和水

甲瓶原有牛奶 $\frac{1}{2}$ 瓶

第一次把乙瓶水倒满甲瓶时，甲瓶中有牛奶 $\frac{1}{2}$ 瓶，水 $\frac{1}{2}$ 瓶；

第二次把甲瓶的水和牛奶倒满乙瓶时，这时乙瓶里装有牛奶 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ （瓶），甲瓶里剩下牛奶 $\frac{1}{4}$ （瓶）；

第三次把乙瓶的水和牛奶倒满甲瓶时，这时甲瓶里装有 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ （瓶）牛奶，乙瓶里剩下 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ （瓶）；

第四次把甲瓶的水和牛奶倒满乙瓶时，这时乙瓶里装有 $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$ （瓶）牛奶，甲瓶里剩下 $\frac{3}{8} \times \frac{1}{2}$ （瓶）牛奶。乙瓶里装有 $1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$ （瓶）水。

8. 多少元一台

原价为： $380 \div (1 - 5\%) = 400$ （元）

要赚8%，出售价应为：

$$400 \times (1 + 8\%) = 432 \text{（元）}$$

9. 抽水机

每分钟抽出4立方米，同时又补充1.5立方米，实际上是减少了 $4 - 1.5 = 2.5$ （立方米）

盛水量为1500立方米，每分钟减少2.5立方米，则抽干这个浆水池需要 $1500 \div 2.5 = 600$ （分钟）。

10. 火车有多长

用49秒减去车身运行的14秒得35秒，即运行700米所用的时间。

用 $700 \div 35 = 20$ （米）是每秒火车的速度。

车长是： $20 \times 14 = 280$ （米）。

11. 哪种价格高

提价之后比降价之前便宜。

这样想：如果设这种商品的原价为x元，则降低了5%之后，是 $x \times (1 - 5\%) = 95\%x$ 。

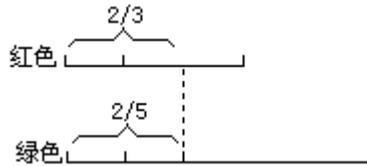
如果在 $95\%x$ 的基础上又提高了5%，则是 $95\%x \times (1 + 5\%) = 99.75\%x$

$$x \times 105\% = \frac{95 \times 105}{10000} x = \frac{9975}{10000} x。$$

$$\text{因为 } \frac{9975}{10000} x < x$$

所以降价之前（原价）价钱高。提价之后比降价之前便宜。

12. 红绿两种色



因红色的 $\frac{2}{3}$ 等于绿色的 $\frac{2}{5}$ ，所以红色是绿色的 $\frac{2}{5} + \frac{2}{3} = \frac{3}{5}$

又因竹竿总长是2.4米，红色是绿色的 $\frac{3}{5}$ ，绿色的是“1”，所以绿色部分的竿长是 $2.4 \text{米} \div (1 + \frac{3}{5}) = 2.4 \text{米} \times \frac{5}{8} = 1.5 \text{米}$ ，红色部分的竿长是 $1.5 \text{米} \times \frac{3}{5} = 0.9 \text{米}$ 。

13. 数学竞赛

设六年级人数为 x 人，则五年级人数为 $310 - x$ 。根据题意得：

$$\frac{3}{8}x = (310 - x) \times \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{8}x = 124 - \frac{2}{5}x$$

$$\frac{31}{40}x = 124$$

$x = 160$六年级人数

$310 - 160 = 150$ （人）.....五年级人数。

14. 龟兔赛跑

龟跑完全程需 $200 \div 10 = 20$ （分钟）

小兔睡了 18 分钟，醒来时，乌龟只差 $20 - 18 = 2$ （分钟）就能到达终点。

小兔跑完全程需 $200 \div 40 = 5$ （分钟）。因为小兔比乌龟晚 $5 - 2 = 3$ （分钟）到达终点，所以乌龟得第一名。

15. 多少小时

思考方法：

$$\text{A 每小时抄全书的 } \frac{1}{3} \div 5 = \frac{1}{18}；$$

$$\text{B 每小时抄全书的 } (1 - \frac{1}{3}) \times \frac{1}{2} \div 4 = \frac{1}{12}；$$

$$\text{余下未抄的为 } 1 - \frac{1}{3} - (1 - \frac{1}{3}) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}。$$

$$\text{余下部分两人合抄需要的时间是：} \frac{1}{3} \div (\frac{1}{18} + \frac{1}{12}) = 2\frac{2}{5} \text{（小时）}$$

16. 参加运动会多少人

$$(100-1) \div \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = 54 \text{ (人)}$$

17. 一项工程

$$\left(1 - \frac{1}{10} \times 3\right) \div \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{15}\right)$$

$$\frac{7}{10} \div \frac{1}{30} = 21 \text{ (天)}$$

18. 老板与雇工

思考方法：

$$\frac{30}{7} \times = 17\frac{1}{4} \text{ (美元)} \dots\dots \text{四个星期应得到的钱数}$$

四个星期应得 $\frac{4}{7}$ 架照相机，

$$17\frac{1}{7} - 3 = 14\frac{1}{7} \text{ (美元)} \dots\dots \text{少给的钱，相当于 } \frac{3}{7} \text{ 架照相机的价钱。}$$

$$14\frac{1}{7} \div \frac{3}{7} = 33 \text{ (美元)}$$

19. 涨价与降价

思考方法：把这种电子计算机涨价前的价格（原价）看作“1”，那么涨价后的价格是原价的 110%，即原价的 1.1 倍。后来降价 10%，那么降价后的价格是 $1.1 \times (1-10\%) = 0.99$ ，即原价的 99。也就是说，降价后计算机的价格比涨价前的价格低 1%。

20. 赚钱与赔钱

一件出售 120 元，可以赚 25%，原价是：

$$120 \div (1+25\%) = 96 \text{ (元)}$$

另一件出售 120 元，却赔了 20%，原价是：

$$120 \div (1-20\%) = 150 \text{ (元)}$$

这两件玩具的原价总数是：

$$96+150=246 \text{ (元)}$$

现在只卖了：

$$120 \times 2 = 240 \text{ (元)}$$

所以赔了：

$$246 - 240 = 6 \text{ (元)}$$

21. 领带与胸花

因为男领带和女胸花的件数之比是 3 : 2，如果把 3 条男领带和 2 支女胸花为一组考虑，这样一组的钱应该是：

$$20 \times 3 + 10 \times 2 = 80 \text{ (元)}$$

再看 4000 元中有多少个 80 元：

$$4000 \div 80 = 50 \text{ (组)}$$

可分 50 组，男领带有 $50 \times 3 = 150$ (条)

$$\text{女胸花有 } 50 \times 2 = 100 \text{ (支)}$$

验算结果：

$$20 \times 150 + 10 \times 100 = 3000 + 1000 = 4000 \text{ (元)}$$

22. 小鲸鱼多长

设小鲸鱼身长为 x

$$3 + \frac{x}{2} + 3 = x$$

$$6 + \frac{1}{2}x = x$$

$$6 = \frac{x}{2}$$

$$x = 12$$

尾长等于 $12 \div 2 + 3 = 9$ (米)

全身长是 $3 + 12 + 9 = 24$ (米)

23. 三根水管同时开

把水池看作单位“1”。单开甲管需要 $7\frac{1}{2}$ 小时，每小时灌满水池的 $\frac{1}{7\frac{1}{2}}$ ；

单开乙管需要 $4 \div \frac{1}{3} = 12$ (小时)，每小时灌满水池的 $\frac{1}{12}$ ；单开丙管需要

$12 \times \frac{5}{6} = 10$ (小时)，每小时灌满水池的 $\frac{1}{10}$ 。三根水管同时开2小时，可灌

满水池的 $(\frac{1}{7\frac{1}{2}} + \frac{1}{12} + \frac{1}{10}) \times 2 = \frac{19}{30}$

24. 多少天可以完成

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$$

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{24} = \frac{1}{24}$$

$$1 \div \frac{1}{24} = 24 \text{ (天)}$$

甲丁合作 24 天可以完成。

25. 两位候选人

$$8 \times 7 \div 2 \times 2 + 1 = 57 \text{ (人)}$$

这个班至少有 57 人出席。

26. 两笼小白鼠

解法一：

$$18 + 6 + 6 = 30 \text{ (只)}$$

$$30 \div (1 - \frac{5}{8}) = 80 \text{ (只)}$$

$$80 \times \frac{5}{8} = 50 \text{ (只)}$$

大笼： $80 - 6 = 74$ (只)

小笼： $50 + 6 = 56$ (只)

解法二：

$$(18+6 \times 2) \div (1-\frac{5}{8}) = 80 \text{ (只)}$$

大笼：80-6=74（只）小笼：74-18=56（只）

27. 朗读

解法一：

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \dots\dots \text{冰冰}$$

$$\frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3} \dots\dots \text{静静}$$

解法二：

$$\frac{1}{1+2} \div 2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

静静读了全书的 $\frac{1}{3}$

28. 求速度比

因为速度=路程÷时间

所以速度比是：

$$(2 \div 3) \quad (3 \div 4) = 8 \quad 9$$

29. 男女学生数

$$\text{男生人数} : (99 - \frac{99}{2}) \div (2 - \frac{1}{2}) = 33 \text{ (人)}$$

女生人数：99-33=66（人）

30. 一段路解法一：

$$\frac{5}{7} \div 2\frac{1}{2} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{7}{7} + \frac{2}{7} = \frac{9}{7}$$

$$108 \div \frac{9}{7} = 108 \times \frac{7}{9} = 84 \text{ (千米)}$$

108-84=24（千米）

解法二：

$$108 \times (1 + 1\frac{1}{2}) \div (\frac{5}{7} + 1 + 1\frac{1}{2})$$

=84（千米）……走过的路

108-84=24（千米）……没走的路

31. 抄书

解法一：

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{6}{4} \quad \frac{4}{4} + \frac{6}{4} = \frac{10}{4}$$

$$210 \div \frac{10}{4} = 210 \times \frac{4}{10} = 84 \text{ (页)} \dots\dots \text{抄过}$$

$$84 \times \frac{6}{4} = 126 \text{ (页) } \dots\dots \text{没抄过}$$

解法二：

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{6}{4}$$

$$[210 \div (4+6)] \times 6$$

$$= 21 \times 6$$

$$= 126 \text{ (页)}$$

还有 126 页没抄。

32. 人造地球卫星

解法一：

$$1\frac{4}{5} \text{ 小时} = 108 \text{ 分} \quad 1\frac{5}{6} \text{ 小时} = 110 \text{ 分}$$

$$2 \begin{array}{r} 108 \quad 110 \\ \underline{54 \quad 55} \end{array}$$

$$54 \times 55 \times 2 = 5940 \text{ (分)}$$

$$5940 \div 60 = 99 \text{ (小时)}$$

$$99 \div 24 = 4\frac{1}{8} \text{ (天)} = 4 \text{ 日 } 3 \text{ 小时}$$

是 1 月 5 日上午 8 时。

解法二：

$$1\frac{5}{6} - 1\frac{4}{5} = \frac{1}{30} \text{ (小时)}$$

$$1\frac{4}{5} \div \frac{1}{30} = 54 \text{ (周)}$$

$$1\frac{5}{6} \times 54 \div 24 = 4\frac{1}{8} \text{ (天)}$$

是 1 月 5 日上午 8 时。

33. 金银各是多少克

解法一：

$$580 \times \frac{1}{10} - (580 - 540) = 18 \text{ (克)}$$

$$18 \div \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{19} \right) = 380 \text{ (克) } \dots\dots \text{金}$$

$$580 - 380 = 200 \text{ (克) } \dots\dots \text{银}$$

$$\text{或：} (580 - 540) - 580 \times \frac{1}{19}$$

$$= 40 - 30\frac{10}{19}$$

$$= 9\frac{9}{10}$$

$$9\frac{9}{10} \div \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{19} \right) = 200 \text{ (克) } \dots\dots \text{银}$$

$$580 - 200 = 380 \text{ (克) } \dots\dots \text{金}$$

这块合金中含金 380 克，含银 200 克。

解法二：设合金中金 x 克。

$$\frac{1}{19} \times x + (580 - x) \times \frac{1}{10} = 580 - 540$$

解得： $x=380$金 $580-380=200$ （克）.....银

34. 需用多少分钟

$$\begin{aligned} & 45 \quad (70-45) \\ & =45 \quad 25 \\ & =9 \quad 5 \\ & 70 \times \frac{9}{5} = 126 \text{ (分钟)} \end{aligned}$$

乙行一圈需用 126 分钟。

35. 买奖品

解法一：

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \\ & 1 - \frac{3}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{4} \\ & 25 \div \frac{1}{4} = 100 \text{ (元)} \end{aligned}$$

解法二：

$$\begin{aligned} & 25 \div \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \div 2 \right) - \frac{3}{4} \div 2 \right] \\ & = 25 \div \frac{1}{4} \\ & = 100 \text{ (元)} \end{aligned}$$

36. 几分钟追上

爸爸 1 分钟后追上小琪。

小琪每分钟跑： $600 \div 3=200$ （米）

爸爸每分钟跑： $640 \div 2=320$ （米）

爸爸 1 分钟能追小琪： $320-200=120$ （米）

所以，爸爸追上小琪要用： $120 \div (320-200) = 1$ （分钟）

37. 兔子分萝卜

大兔子 25 只，小兔子 75 只。

解：设大兔子有 x 只。列方程得，

$$\begin{aligned} & 3x + (100 - x) \div 3 = 100 \\ & 3x + \frac{100}{3} - \frac{x}{3} = 100 \\ & \frac{8}{3}x = \frac{200}{3} \\ & x = 25 \end{aligned}$$

则小兔子有 $100-25=75$ （只）

38. 猴王分桃子

甲： $(49-4) \div (1+1-\frac{1}{5}) = 25$ （个）

乙：49-25=24（个）

小猴子： $25 \times \frac{1}{5} + 4 = 9$ （个）

39. 机器人炼钢

$$\begin{aligned} & 6 \div [1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} - (\frac{1}{6} + \frac{1}{8}) \times 2] \\ & = 6 \div \frac{1}{8} \\ & = 48 \text{ (人)} \end{aligned}$$

共有 48 个机器人。

40. 开抽屉

开第一个抽屉，至多试 5 次，开 1 个，共 6 次；开第二个抽屉，至多试 4 次，开 1 个，共 5 次；开第三个抽屉，至多试 3 次，开 1 个，共 4 次；开第四个抽屉，至多试 2 次，开 1 次，共 3 次；开第五个抽屉，至多试 1 次，开 1 个，共 2 次；开第六个抽屉，开 1 个，共 1 次。最多要开 21 次。算式： $6+5+4+3+2+1=21$ （次）

41. 重合多少次

重合 11 次。

42. 盖房

570 块

43. 白鸽送信

$$5 \div (\frac{1}{4} - \frac{1}{5}) = 100 \text{ (分钟)}$$

白鸽飞完全程需要 100 分钟。

44. 两种证券

$$\text{乙种：} (\frac{1}{3} \times 100 - 16) \div (\frac{1}{3} + \frac{1}{10}) = 40 \text{ (张)}$$

甲种： $100 - 40 = 60$ （张）

45. 卖西瓜

$$2 \div (1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}) = 2 \div \frac{1}{4} = 8 \text{ (个)}$$

$$8 \div (1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}) = 8 \div \frac{1}{4} = 32 \text{ (个)}$$

$$32 \div (1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}) = 32 \div \frac{1}{4} = 128 \text{ (个)}$$

共有 128 个西瓜

46. 原来与现在

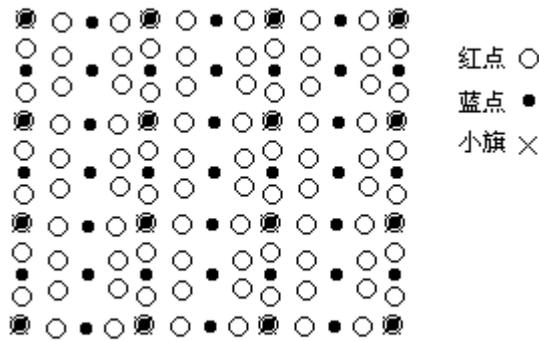
$$2 \div (\frac{9}{10} - \frac{5}{6}) = 39 \text{ (人)}$$

$$\text{原来学生数：} 30 + 30 \times \frac{5}{6} = 55 \text{ (人)}$$

现在学生数： $55 + 2 = 57$ （人）

47. 各是多少个

解：



$81 \div 9 = 9$ (米)大正方形边长
 $10 \times 10 = 100$ (个)红色点
 $7 \times 7 = 49$ (个)蓝色点
 $4 \times 4 = 16$ (个)红蓝重合点
 $16 - 4 = 12$ (面)还需插小旗面数
 $100 - 16 = 84$ (个)只点红色点
 $49 - 16 = 33$ (个)只点蓝色点
 还需插小旗 12 面。场地上只打红色的点 84 个，只打蓝色的点 33 个。

48. 两家相距多远

$$1 \div \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} \right) = 6 \text{ (分钟)}$$

速度： $240 \div 6 = 40$ (米)

距离： $40 \times 15 = 600$ (米)

49. 新年晚会

因为 10、9、7、6、5 的最小公倍数是 630，所以最少应有 $630 - 1 = 629$ 块糖。

50. 鞋码

30 厘米

51. 滑稽的售货员

$$\frac{4}{5} \div \left(1 - \frac{4}{5} \right) = \frac{4}{5} \times 5 = 4 \text{ (千克)}$$

$$2.5 \div \left(1 - \frac{1}{2} \right) = 5 \text{ (元)} \text{ 答：鸡重 4 斤，钱 5 元。}$$

52. 大小齿轮

因为 42、18 的最小公倍数是 126，

所以，大轮： $126 \div 42 = 3$ (圈)

小轮： $126 \div 18 = 7$ (圈)

53. 书童数书

解法一：

$$100 \div \left(1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \right) = 375 \text{ (本)}$$

解法二：

$$\begin{aligned} & (100+100\div 2)\div\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\div 2\right) \\ & =150\div\frac{2}{5} \\ & =375(\text{本}) \end{aligned}$$

共有 375 本。

54. 有多少人

$$\begin{aligned} (1) \text{解: } & [(8+6)-1]\times 4 \\ & =13\times 4 \\ & =52(\text{人}) \end{aligned}$$

所以：四年级一班有 52 人。

(2) 解法一：设原来不及格人数为 x 人。

$$8(x-8)=2x+8$$

$$\text{解得 } x=12$$

$$12+12\times 2=36(\text{人})$$

所以参加智力竞赛的共有 36 人。

$$\begin{aligned} \text{解法二: } & (8\div 2)\times(1+8) \\ & =36(\text{人}) \end{aligned}$$

55. 无人驾驶汽车

$$\begin{aligned} & 250\div\left(1-\frac{3}{8}-\frac{3}{8}\times\frac{5}{6}\right) \\ & =25\div\frac{5}{16} \\ & =250\times\frac{16}{5} \\ & =800(\text{千米}) \end{aligned}$$

共行 800 千米。

56. 四艘轮船

因为 6、8、30、20 的最小公倍数是 120，

所以从离港到重新会合需 120 天。

即 1992 年 5 月 1 日重新会合。

57. 小红的生日

解：设小红的生日是第 x 日。

每月中最多共有 5 周，第二周的星期三是 x 日，那么第三、四、五周的星期三就分别是 $x+7$ ， $x+14$ ， $x+21$ 。根据题意列方程：

$$x+x+7+x+14+x+21=62$$

$$\text{解此方程得: } x=5$$

小红的生日是 4 月 5 日。

58. 买书

科技书的单价：

$$1.2\div\left(18-\frac{6}{7}\times 20\right)=1.4(\text{元})$$

外文书的单价：

$$1.4 \times \left(1 - \frac{1}{7}\right) = 1.2 \text{ (元)}$$

59. 搬桌子

$$\begin{aligned} & 110 \div \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \\ &= 110 \times \frac{6}{11} \\ &= 60 \text{ (人)} \\ &\text{共有 60 人。} \end{aligned}$$

60. 两站相距多少千米

解：根据题意画出线段图：



根据线段图可以看出第二次相遇时，两列火车共走 3 个全程长，从甲站开出的火车共走了 40×3 (千米)。所以，甲乙两站的距离是 $40 \times 3 - 20 = 100$ (千米)

61. 每天看多少页

姐姐比弟弟多看了 $80 - 10 = 70$ (页) 书。

弟弟要用十天时间赶上姐姐，而姐姐在这十天中又看过 $4 \times 10 = 40$ (页) 书。

弟弟需要在十天内看完 $70 + 40 = 110$ (页) 书，才能赶上姐姐，所以他每天应看 $110 \div 10 = 11$ (页) 书。

62. 行车问题

思考方法：

从两车相遇到两车穿过，运行的距离为两车长的和，运行的速度是两车速度和。运行所需要的时间为：

$$(80 + 50) \div (15 + 10) = 5.2 \text{ (秒)}$$

63. 绕城走了多少周

$$15 \div \left(4 - 3\frac{1}{3}\right) = 22.5 \text{ (小时)}$$

$$4 \times 22.5 \div 15 = 6 \text{ (周)}$$

$$3\frac{1}{3} \times 22.5 \div 15 = 5 \text{ (周)}$$

22.5 小时后这两人相遇，相遇时一个走了 6 周，一个走了 5 周。

64. 相距多少米

共有 $320 \div 8 = 40$ (排)

共有 $40 - 1 = 39$ (个) 间距

这些间距的总和为 $1.2 \times 39 = 46.8$ (米)

所以首尾两排相距是 46.8 米。

65. 大运河

水流速度：

$$(200 \div 20 - 200 \div 25) \div 2 = 1 \text{ (千米)}$$

66. 各是多少元

$$\text{解：} 22.8 \div \left(\frac{5}{3} \times 2 + 3 \right)$$

$$= 22.8 \div \left(\frac{10}{3} + 3 \right)$$

$$= 68.4 \div 19$$

$$= 3.6 \text{ (元) } \dots\dots \text{乙}$$

$$(3.6 \times 5) \div 3 = 6 \text{ (元) } \dots\dots \text{甲}$$

每千克甲、乙糖价分别是 6 元、3.6 元。

二、数学趣题

1. 国王分家产

老五分得 $\frac{1}{32}$ ，剩下 $\frac{1}{32}$ ，老六分得 $\frac{1}{64}$ ，剩下 $\frac{1}{64}$ 。

从“1”里一半又一半地减下去，最后要减去的分数和得数是相同的。

2. 冰化成水

以水的体积为1，冰的体积是水的 $1 + \frac{1}{11} = \frac{11}{11}$ 。把冰化成水时，这

时水的体积就是冰的体积的 $\frac{11}{12}$ 。把冰还原为水的时候，它的体积应该

减少 $\frac{1}{12}$ 。

3. 颜色相同

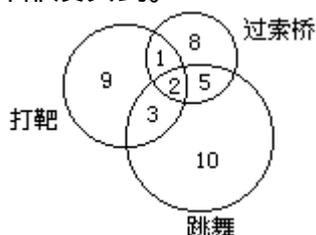
假设有 10 个人摸球，颜色如下：红、黄；红、蓝；红、黑；黄、蓝；黄、黑；蓝、黑；红、红；黄、黄；蓝、蓝；黑、黑。以上 10 种情况各不相同。但如再有 1 人摸出两个小球，则一定和上面 10 种情况中的一种相同。所以至少 11 人摸球，才能保证至少有 2 人的小球颜色相同。

4. 三种票

至少买到一种票的人数是 $16+15+20-3-5-7+2=38$ （人）

$40-38=2$ （人）

有 2 人这三种票哪一种都没买到。



5. 你能办到吗

设补上的三位数的数值为 x ，新组成的六位数是 $121000+x$ 。又知 3、4、5 的最小公倍数是 60。但 121000 除以 60 得 2016 余 40， $60-40=20$ ，如果 121000 加上 20 后，这个六位数就能分别被 3、4、5 整除了。所以这个数是 121020。

6. 小聪明

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
剩下：		2		4		6		8		10
剩下：				4				8		
最后剩下：								8		

7. 哪几根可以不拔掉

第一根保留。因为 6 和 4 的最小公倍数是 12。最初每 12 厘米插 2 根，现改为每 12 厘米插 $12 \div 4=3$ （根），所以应保留第 1 根、第 3 根、第 5 根、第 7 根、第 9 根、第 11 根。

8. 五个星期日

因每星期有 7 天，所以每月内相邻两个星期天的日期，必定有一个为奇

数，一个为偶数。

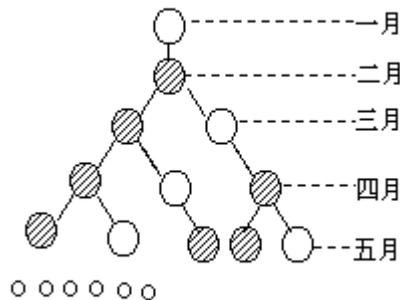
又因这个月份内有三个星期天的日期是偶数，所以星期天的日期为：偶数、奇数、偶数、奇数、偶数。

每月至多 31 天，因此第一个星期天不在 4 号，如果在 4 号，那第五个星期天就不在这个月内了，所以第一个星期天只能是这月的 2 号。

由于这月的 2 号是星期天，可以推算出其余四个星期四是 9、16、23、30。

9. 养兔

年底他有 144 对兔子可以用图来表示：



表示没成熟的一对小兔子

●表示长成的一对兔子

把 12 个月的兔子数排成一列：

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144.

10. 野牛迁居

解法一：

7只是 $\frac{1}{7}$ ，所以出席49只

$49 \times \frac{1}{7} = 7$ 只.....缺席

$49+7=56$ (只)

解法二：

$(\frac{1}{7}+1) \div (\frac{1}{6}-\frac{1}{7}) = 48$ (只)

$48+48 \times \frac{1}{6} = 48+8 = 56$ (只)

这群野牛有 56 只。

11. 哪几种血型

从父母的血型符号中各取一个字母组合起来后，子女的血型符号有 AA、AO、BO、AB 四种。化简后为 A、A、B、AB。即 A、B、AB 三种血型就是他们子女的血型。

12. 猜数游戏

例如：1935 年 8 月

则： $(35 \times 5+3) \times 20+8-60$
 $=35 \times 5 \times 20+3 \times 20+8-60$
 $=35 \times 100+60+8-60$
 $=3500+8$

=3508

13. 分组

班长是 55 号应分在乙组。

按顺序一个一个地排下去，是能够找到答案的，但比较麻烦。这类题的思考方法；不用列式计算，可以算出分在甲组的有 2、6、10、14 等学号再用 4 除这几个学号，得知无论哪一个数都余 2；乙组的 3、7、11 等学号，用 4 除都余 3；丙组的 4、8、12 等学号都能被 4 整除；丁组的 5、9、13 等学号用 4 除都余 1。

因为 $55 \div 4 = 13 \dots \dots$ 余 3，所以班长是 55 号应分在乙组。

14. 这样分法合理吗

掷两个骰子，出现点数的组合有 36 种：

点数和是 2 的	$(1+1)$	1 次
点数和是 3 的	$\begin{bmatrix} 1+2 \\ 2+1 \end{bmatrix}$	2 次
点数和是 4 的	$\begin{bmatrix} 1+3 \\ 3+1 \\ 2+2 \end{bmatrix}$	3 次
点数和是 5 的	$\begin{bmatrix} 1+4 \\ 4+1 \\ 2+3 \\ 3+2 \end{bmatrix}$	4 次
点数和是 6 的	$\begin{bmatrix} 1+5 \\ 5+1 \\ 2+4 \\ 4+2 \\ 3+3 \end{bmatrix}$	5 次
点数和是 7 的	$\begin{bmatrix} 1+6 \\ 6+1 \\ 2+5 \\ 5+2 \\ 3+4 \\ 4+3 \end{bmatrix}$	6 次

点数和是8的 $\begin{bmatrix} 2+6 \\ 6+2 \\ 5+3 \\ 3+5 \\ 4+4 \end{bmatrix}$ 5次

点数和是9的 $\begin{bmatrix} 3+6 \\ 6+3 \\ 4+5 \\ 5+4 \end{bmatrix}$ 4次

点数和是10的 $\begin{bmatrix} 4+6 \\ 6+4 \\ 5+5 \end{bmatrix}$ 3次

点数和是11的 $\begin{bmatrix} 5+6 \\ 6+5 \end{bmatrix}$ 2次

点数和是12的 $[6+6]$ 1次

因为点数的和是 2、3、4 或 5 的次数，在 36 次里有 10 次；点数的和是 6、7 的次数在 36 次里有 11 次；点数的和是 8、9、10、11 或 12 的次数在 36 次里有 15 次。所以红色钢笔不应给点数的和是 6、7 的人。而应该给点数的和是 2、3、4 或 5 的人。

15. 抹掉两面

先用 $1\frac{1}{5}$ 分钟抹掉甲、乙两盘带的 A 面，再用 $1\frac{1}{5}$ 分钟抹掉甲带的 B 面和丙带的 A 面，最后用 $1\frac{1}{5}$ 分钟抹掉乙带的 B 面和丙带的 B 面，即共用去 $1\frac{1}{5} \times 3 = 3\frac{3}{5}$ (分钟)。

16. 三色环

利用中间的第二根棍。

第一步：红 白

第二步：红

第三步：黄 红

第四步：白 红

可按下列算法计算出挪几个色环所需要的次数：

挪 3 个 $2 \times 2 \times 2 - 1$ 需要 7 次。

挪 4 个 $2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1$ 需要 15 次。

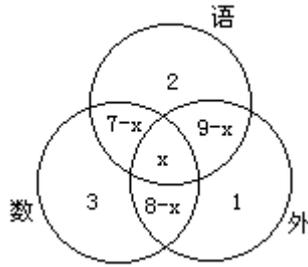
挪 5 个 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1$ 需要 31 次。

挪 6 个

17. 至少应是几人

设三个小组都参加的有 x 人。

依题意，画示意图：



(1) $7-x=0 \quad x=7$

三个小组都参加者最多是 7 人。

(2) 由于 $2+3+(7-x) + 10-2-x = 4$

三个小组都参加者至少应是 4 人。

18. 只称一次

从第一箱里取一个（注上箱号，以下相同），从第二箱里取 2 个，从第三箱里取 3 个……，从第十箱里取 10 个，然后把它们一起放在秤上称一下。

假如都是牛肉罐头，它们的重量应该是 $500 \times 55 = 27500$ （克），如果现在称的重量是 27420 克，那就少了 80 克。因为一盒羊肉罐头比一盒牛肉罐头少 10 克。那么 $80 \div 10 = 8$ ，就说明取出 8 盒罐头的那一箱里装的是羊肉罐头。假如称的结果是 27460 克，就少了 40 克，即 $40 \div 10 = 4$ ，就说明取出 4 盒罐头的那一箱里装的是羊肉罐头。

19. 再过多少时间

$12 - 8.5 = 3.5$ （早晨到中午是 3.5 小时）

$4 \times 3.5 = 14$ （分）（慢了 14 分）

$12 \text{ 点} - 14 \text{ 分} = 11 \text{ 点} 46 \text{ 分}$

钟指在 11 点 46 分上。

$14 \times \frac{4}{64} = \frac{14}{15}$ （分），即 56 秒。

再过 14 分 56 秒才能指到 12 点正。

20. 两种钞票

$(100 - 1 \times 40) \div (5 - 1) = 15$ （张）……五元钞票

$40 - 15 = 25$ （张）……一元钞票

21. 快速排列

甲			
	乙		
		丙	
			丁

①

甲			
	乙	甲	
	丁	丙	
			丁

②

甲	丙	丁	乙
	乙	甲	
	丁	丙	
丙	甲	乙	丁

③

甲	丙	丁	乙
丁	乙	甲	丙
乙	丁	丙	甲
丙	甲	乙	丁

④

22. 求距离

第三次着地时，共经过了 25 米。

$$10+5+5+\frac{5}{2}+\frac{2}{5}=25\text{米}$$

23. 轿夫多少人

思考方法：3 顶轿需要 12 人抬。如果没人替换，每人行 35 千米，共计行 $35 \times 12=420$ （千米），因有人替换，每人只行 30 千米，所以需要轿夫人数是： $420 \div 30=14$ （人）

24. 有多少只

$$\begin{aligned} & (50-4) \div \left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right) \\ & = 46 \div 1\frac{8}{15} \\ & = 30 \text{ (只) 有 30 只大雁。} \end{aligned}$$

25. 推算

(1) 1989 年 10 月 1 日是星期日。

(2) 1990 年 12 月 3 日是星期一。

$$90 \div 4=22 \dots 2$$

$$(90+22+5+3) \div 7=17 \dots 1$$

26. 骰子的点数

问号处是六点。

27. 猴子摘桃

$$2 \div \frac{1}{2}=4 \text{ (个)}$$

$$(4+5) \div \frac{1}{2}=18 \text{ (个)}$$

$$(18+5) \div \frac{1}{2}=46 \text{ (个)}$$

共摘： $4+18+46=68$ （个）

共吃： $\frac{1}{2}(4+18+46)=34$ （个）

28. 三项比赛

因为有 6 个人什么比赛也没参加，所以，参加比赛的人不能超过 $25-6=19$ （人）。

假如一个人只参加一项比赛，那么参加比赛的人数应该是 $17+13+8=38$ （人）。又由于参加比赛的人数不超过 19 人，而且参加三项比赛的一个也没有，所以参加比赛的人数是 19 人，每人都参加两项活动。

19 人中有 17 人参加了数学比赛，所以有 2 人既参加作文比赛又参加讲演比赛。

29. 财主买虎皮

$$\text{儿：} 180 \times \left(1-\frac{2}{3}\right) \div \left(1-\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}\right) = 120 \text{ (吊)}$$

$$\text{父：} 190 - \frac{3}{4} \times 120 = 90 \text{ (吊)}$$

30. 乘车和步行



设步行速度为 x 公里/小时，汽车的速度为 $9x$ 公里/小时。C、D、E 为接人的地点

$$\text{再设 } AC = y \quad \text{则} \quad \frac{50 + (50 - y)}{9x} = \frac{y}{x}$$

解得， $y=10$ （公里）

汽车第二次接人时已走的路程为

$$AB+BC=50+(50-y)=90 \text{（公里）}$$

依此类推，在 D 点时又走 72 公里，在 E 点时又走 57.6 公里。从 E 至 B 又走 25.6 公里。

送完四批师生汽车共行了 245.2 公里。

31. 多少位小朋友

因为 2、3、4、5、6 这五个数的最小公倍数是 60，加上多出的 1 是 61，61 不能被 7 整除，所以不是 61；如果把 60 这个最小公倍数扩大 2、3、4、5 倍后，分别得到 120、180、240、300，其中 300 加上 1 即 301 可以被 7 整除。这个夏令营共有小朋友 301 人。

32. 贝壳在谁口袋里

在乙同学的口袋里。

因为：假设甲真，那么乙也真与已知矛盾，假设乙真，那么甲假，丙真与已知矛盾，只能是丙真。那么可能在乙口袋里，也可能在丙口袋里，假如在丙处，丙真，乙真与已知矛盾，所以只能在乙同学的口袋里。

33. 谁打碎了水杯

根据题意，和 的意思是一致的，所以 是假话。因为 是假话，也是假话，于是 是真话了。因为 是真话，那么 就是假话，既然 是假话，那么 就是真话了。

这个水杯是乙打碎的。

34. 涂色游戏

(1) 最少要用二种颜色

(2) 略

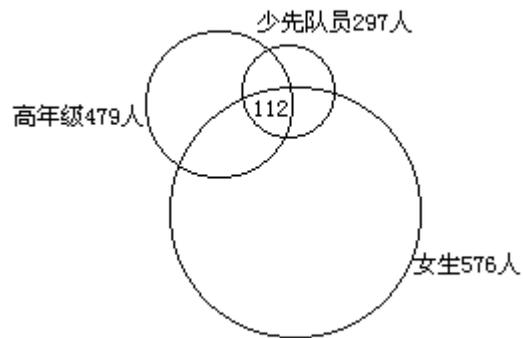
35. 三位哲学家

因为三人中任何一人看另外两人的脸都笑，说明每人的脸都被画了鬼脸，所以那位老哲学家知道他的脸也被画了。

36. 是否准确

可用韦恩图表示（见下页图）。

$$\text{全校人数} = 479 + 297 + 576 - 184 - 172 - 192 + 112 + 341 = 1245 \text{ 人}$$



与全校 1247 人不符合，所以统计不准确

37. 化成二进制数

十进制数 17 化成二进制数是 10001。

十进制数 23 化成二进制数是 10111。

十进制数 141 化成二进制数是 10001101。

38. 化成十进制数

二进制数 110001 化成十进制数是 49。

二进制数 100110 化成十进制数是 38。

二进制数 101010 化成十进制数是 42。

三、巧填妙算

1. 二位数

十位数字： $(10+2) \div 2=6$ 个位数字： $(10-2) \div 2=4$ 这个二位数是 64。

2. 三个分数

三个真分数相乘等于 $\frac{1}{8}$ ，一般分子应是 $1 \times 1 \times 1=1$ ，分母应是 $2 \times$

$2 \times 2=8$ 或 $2 \times 1 \times 4=8$

$$\text{如: } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$\text{或 } \frac{1}{10} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1 \times 1}{2 \times 1 \times 4} = \frac{1}{8}$$

3. 是多少

(1) 先求 32、36、48 的最小公倍数。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 32 \quad 36 \quad 48} \\ \underline{2 \overline{) 16 \quad 18 \quad 24}} \\ \underline{2 \overline{) 8 \quad 9 \quad 12}} \\ \underline{2 \overline{) 4 \quad 9 \quad 6}} \\ \underline{3 \overline{) 2 \quad 9 \quad 3}} \\ 2 \quad 3 \quad 1 \end{array}$$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 + 15 = 303$

这个自然数是 303。

(2) $132 \div 11 = 12 \dots \dots$ 中间数

$(11-1) \div 2 = 5 \dots \dots$ 中间数前后各 5 个数。

$12 + 2 \times 5 = 22 \dots \dots$ 最大的一个偶数。

最大的一个偶数是 22。

(3) $3 \times 5 \times 7 \times 13 = 1365$

$99999 \div 1365 \quad 73 < 74$

$1365 \times 73 = 99645$ (9 字重复, 不合题意)

$99645 - 1365 = 98280$ (8 字重复, 不合题意)

$\dots \dots$ 依次类推

得 94185 是所求的数。

4. 按要求写算式

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{7} \times \frac{2}{9} = \frac{2}{7} - \frac{2}{9}$$

$$\frac{2}{11} \times \frac{2}{13} = \frac{2}{11} - \frac{2}{13}$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{5} - \frac{3}{8}$$

$$\frac{3}{7} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{7} - \frac{3}{10}$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{4}{5} - \frac{4}{9}$$

$$\frac{4}{7} \times \frac{4}{11} = \frac{4}{7} - \frac{4}{11}$$

$$\frac{2}{9} \times \frac{2}{11} = \frac{2}{9} - \frac{2}{11}$$

$$\frac{5}{8} \times \frac{5}{13} = \frac{5}{8} - \frac{5}{13}$$

.....

5. 甲数是多少

设甲数为 x (乙数也为 x)。列方程得

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + x + x + 1 = 100$$

$$2\frac{3}{4}x = 100 - 1$$

$$2\frac{3}{4}x = 99$$

$$x = 99 \div 2\frac{3}{4}$$

$$x = 36$$

6. 最小公倍数是多少

$$99 \div 7 = 14 \dots 1$$

$$7 \times (14 - 1) = 91$$

$$7 \times (14 + 1) = 105$$

$$7 \times 13 \times 15 = 1365$$

这两个数的最小公倍数是 1365。

7. 填运算符号

$$(1) \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$(2) \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 2$$

$$(3) \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 3$$

38. 和是多少

$$\begin{aligned}
(1) & \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{97 \times 99} \\
&= \frac{1}{2} \left[\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \dots + \frac{2}{97 \times 99} \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \dots + \left(\frac{1}{97} - \frac{1}{99}\right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{99} \right] \\
&= \frac{49}{99}
\end{aligned}$$

(2) - (4) 略

9. 另一个数是多少

思考方法：

$$4 \overline{) \begin{array}{r} 84 \quad x \\ 21 \quad A \end{array}}$$

因为： $4 \times 21 \times A = 1428$

$$A = 1428 \div 21 \div 4$$

$$A = 17$$

另一个数是： $17 \times 4 = 68$

10. 找五位数

在 后面添一个 7 ,相当于 $10 \times \quad + 7$;在 前添一个 7 ,相当于 $700000 +$

根据题意得：

$$(10 \quad + 7) \div (700000 + \quad) = \frac{1}{5}$$

$$700000 + \quad = (10 \quad + 7) \div \frac{1}{5}$$

$$= 14285$$

11. 求甲、乙两个数

(1) 设甲数为 x , 那么乙数是 $x-7$ 。根据题意, 列方程得：

$$5x + (x-7) \times 9 = 1895$$

$$x + 9x - 63 = 189$$

$$14x = 189 + 63$$

$$14x = 252$$

$$x = 18$$

$$x-7 = 18-7 = 11$$

甲数是 18, 乙数是 11。

(2) 解法一：设乙数为 x 。

$$7x = x + 85.8 + 9$$

$$\text{解之得：} x = 15.8$$

$$x + 85.8 = 101.6$$

甲数是 101.6 ; 乙数是 15.8。

解法二： $(85.8 + 9) \div (7-1)$

$$= 94.8 \div 6$$

$$= 15.8 \dots \text{乙数}$$

$$15.8 + 85.8 = 101.6 \dots \text{甲数}$$

12. 不能整除

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$72 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

$$12 \times 2 = 24 \dots \text{一个数}$$

$$12 \times 3 = 36 \dots \text{另一个数}$$

13. 原分数是多少

如果它的分子加 1，这个分数就等于 1，即分子比分母小 1；如果这个分数的分母加 1，这时分数的分子就比原分数的分子小 2，现在得 $\frac{8}{9}$ ，那么

没约分前应是 $\frac{16}{18}$ ，因此原分数应为 $\frac{16}{17}$ 。

14. 写出三位数

$$\text{解：} 2394 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 19$$

$$= 38 \times 3 \times 3 \times 7$$

所求三位数有 4 个，它们是：

$$114 = 38 \times 3$$

$$266 = 38 \times 7$$

$$342 = 38 \times 9$$

$$798 = 38 \times 21$$

15. 怎样算简便

这样算简便：

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{9}\right) \times \left(1 - \frac{1}{16}\right) \times \left(1 - \frac{1}{25}\right) \times \left(1 - \frac{1}{36}\right) \times \left(1 - \frac{1}{40}\right) \times \left(1 - \frac{1}{60}\right) \times \left(1 - \frac{1}{81}\right) \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} \times \frac{15}{16} \times \frac{24}{25} \times \frac{35}{36} \times \frac{48}{49} \times \frac{63}{64} \times \frac{80}{81} \\ &= \frac{1 \times 3}{2 \times 2} \times \frac{2 \times 4}{3 \times 3} \times \frac{3 \times 5}{4 \times 4} \times \frac{4 \times 6}{5 \times 5} \times \frac{5 \times 7}{6 \times 6} \times \frac{6 \times 8}{7 \times 7} \times \frac{7 \times 9}{8 \times 8} \times \frac{8 \times 10}{9 \times 9} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{10}{9} \\ &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

16. 各是多少

设小数为 x ，大数为 $4x + 3$

$$x + 4x + 3 = 43$$

$$5x = 40$$

$$x = 8$$

$$4 \times 8 + 3 = 35$$

小数是 8，大数是 35。

17. 有多少个是 99 的倍数

解：已知数列中已包括 6000 以内所有 6 的倍数。

99 的倍数在 6000 以内共有 $6000 \div 99 = 60 \dots 60$ 共 60 个，它们是：

99, 198, 297, 396, 495, 594, 693, 792 …… 5940 其中偶数必是 6

共60个

的倍数，奇数必定不是 9 的倍数。也就是说，在 60 个数中，只有其中 30 个是 99 的偶数倍的数在已知数列中。所以，数列 6, 12, 18, 24, 30, 36……6000 这列数中有 30 个 99 的倍数。

18. A 和 B 谁大

$$1 - \frac{2222221}{2222223} = \frac{2}{2222223} = \frac{6}{6666669}$$

$$1 - \frac{3333331}{3333334} = \frac{3}{3333334} = \frac{6}{6666668}$$

$$\text{因为 } \frac{6}{6666669} < \frac{6}{6666668}$$

$$\text{所以 } \frac{2222221}{2222223} > \frac{3333331}{3333334}$$

所以 A 比 B 大。

19. 剩下的数是多少

$$1991 \times \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4} - \dots - \frac{1}{1990 \times 1991} \right)$$

$$= 1991 \times \left[\left(1 - \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) \dots - \left(\frac{1}{1990} - \frac{1}{1991} \right) \right]$$

$$= 1991 \times \left[1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \dots - \frac{1}{1990} + \frac{1}{1991} \right]$$

$$= 1991 \times \frac{1}{1991}$$

=1

最后剩下的数是 1。

20. 按规律填数

(1) $2 \times 3 + 1 = 7$ 、 $7 \times 3 + 1 = 22$ 、 $22 \times 3 + 1 = 67$

$67 \times 3 + 1 = \underline{202}$ 、 $202 \times 3 + 1 = \underline{607}$

(2) $82 - 3 = 79$ 、 $79 - 4 = 75$ 、 $75 - 5 = 70$

$70 - 6 = \underline{64}$ 、 $64 - 7 = \underline{57}$

(3) $5 \times 2 - 1 = 9$ 、 $9 \times 2 - 1 = 17$ 、 $17 \times 2 - 1 = 33$ 、

$33 \times 2 - 1 = 65$ 、 $65 \times 2 - 1 = \underline{129}$

(4) 因为 $12 \div 2 + 1 = 7$ 所以

$7 \div 2 + 1 = 4.5$ 、 $3.25 \div 2 + 1 = \underline{2.625}$

$54.5 \div 2 + 1 = 3.25$ 、 $2.625 \div 2 + 1 = \underline{2.3125}$

(5) 因为 $2.4 \times 2 - 0.2 = 4.6$ 所以

$4.6 \times 2 - 0.2 = 9.0$ 、 $17.8 \times 2 - 0.2 = \underline{35.4}$

$9 \times 2 - 0.2 = 17.8$ 、 $35.4 \times 2 - 0.2 = \underline{70.6}$

(6) 因为 $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$ 所以

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5} \quad \frac{1}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10} \quad \frac{1}{20} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{40}$$

(7) 因为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 1 = 1\frac{1}{4}$

所以 $1\frac{13}{16} \times \frac{1}{2} + 1 = 1\frac{29}{32}$

$1\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + 1 = 1\frac{5}{8} \quad 1\frac{29}{32} \times \frac{1}{2} + 1 = 1\frac{61}{64}$

$1\frac{5}{8} \times \frac{1}{2} + 1 = 1\frac{13}{16}$

21. 求和

$$[(1+2344) + (2+2343) + \dots + (1172+1173)] \div 2345 = 1172$$

22. 三位数是多少

以 A、B、C 分别代表这三个数字。因为这三个数字能组成 6 个不相同的三位数，A、B、C 各不相同，且都不能是 0。

依题意有：ABC

ACB

BAC

BCA

CAB

$$2(A+B+C) = 30$$

$$\begin{array}{r} + \text{CBA} \\ 3330 \end{array} \text{ 即：} A+B+C = 15$$

故 A、B、C 可取的具体数字有：

9,5,1 9,4,2 8,6,1 8,5,2 8,4,3 7,6,2 6,5,4 它们组成 6 个不同的三位数的和都是 3330，但只有 A、B、C 取 9,5,1 且组成 951 这个数时才合题意。

23. 这是什么道理

因为 $1 \div 9$ 余数是 1， $2 \div 9$ 余数是 2， $3 \div 9$ 余数是 3……个位数是几，除以 9，余数就是几。 $10 \div 9$ 余数是 1， $20 \div 9$ 余数是 2……十位数是几，除以 9，余数就是几。

同理，几百除以 9，余数就是几。几千除以 9，就余几，几万除以 9，就余几……。

所以，一个多位数减去它各位上数字之和，就意味着减去了余数，当然必是 9 的倍数。不管哪一位上，数字如果是 9 的话，不减去这个 9，只减去其它数字之和，也必是 9 的倍数。

24. 快速计算

$$\begin{aligned}
(1) 1 &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \dots - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \\
&= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right) + \frac{1}{9} \\
&= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{9} \\
(2) \text{原式} &= 2 \times \left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{100 \times 101}\right) \\
&= 2 \times \left[\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \dots\right. \\
&\quad \left.+ \left(\frac{1}{100} - \frac{1}{101}\right)\right] \\
&= 2 \times \left[1 - \frac{1}{101}\right] \\
&= 2 - \frac{2}{101} \\
&= 1\frac{99}{101}
\end{aligned}$$

25. 求某数

(1) 设某数为 x

$$\begin{aligned}
5x + 27 &= 8x \\
8x - 5x &= 27 \\
x &= 9
\end{aligned}$$

(2) 设某数为 x

$$\begin{aligned}
4(x - 3) &= 2x + 36 \\
4x - 12 &= 2x + 36 \\
4x - 2x &= 36 + 12 \\
2x &= 48 \\
x &= 24
\end{aligned}$$

26. 数字互换

$$\begin{aligned}
(9 + 1) \div 2 &= 5 \dots \dots (\text{十位数字}) \\
(9 - 1) \div 2 &= 5 \dots \dots (\text{个位数字})
\end{aligned}$$

这个两位数为 54。

27. 两个带分数

$$(87) \frac{(45)}{(90)} + (12) \frac{(3)}{(6)} = 100$$

28. 连比

甲 乙 2 3
乙 丙 4 5
甲 乙 丙=8 12 15
丙 丁 6 7
甲 乙 丙 丁=16 24 30 35

29. 11 的倍数

(1) 6 4 2 7 3 奇位数字和与偶位数字和相减，差是 0，所以这个数

是 11 的倍数。

(2) 是 11 的倍数。

(3) 是 11 的倍数。

30.7 的倍数

(1) 8 5 6 8

- 8×2

$$\begin{array}{r} 840 \\ - 0 \times 2 \\ \hline \end{array}$$

8 4-----是 7 的倍数

(2) 2 0 9 0 9

- 9×2

$$\begin{array}{r} 2072 \\ - 2 \times 2 \\ \hline \end{array}$$

2 0 3

3×2

1 4-----是 7 的倍数

(3) 不是 7 的倍数

31.13 的倍数

(1) 5 5 6 4

+ 4×4

$$\begin{array}{r} 572 \\ 2 \times 4 \\ \hline \end{array}$$

6 5-----是 13 的倍数

(2) 不是 13 的倍数

32. 有余数

(1) 这个数被 2 除余 1, 被 3 除余 2.....被 6 除余 5, 想一想, 这个数加上 1, 不就正好能被 2、3、4、5、6 整除吗? 所以它一定是 2、3、4、5、6 的最小公倍数 60 的几倍 ($n=1、2、3.....$) 减 1。

在 500 以内 60 的整数倍有 60、120、180、240、300、360、420、480, 所以在 500 以内有 8 个这样的数, 即 59、119、179、239、299、359、419、479。

(2) 这个数分别能被 3、4、5 整除, 再减 2。因此应先求出 3、4、5 的最小公倍数再减 2, 即 $3 \times 4 \times 5 = 60$, 再用最小公倍数 $60 - 2 = 58$, 就是所求的数。

33. 奇妙的得数 (一)

$$7 \times 9 = 63$$

$$77 \times 99 = 7623$$

$$777 \times 999 = 776223$$

$$7777 \times 9999 = 77762223$$

$$77777 \times 99999 = 7777622223$$

$$777777 \times 999999 = 777776222223$$

$$\begin{aligned}
7777777 \times 9999999 &= 77777762222223 \\
77777777 \times 99999999 &= 7777777622222223 \\
777777777 \times 999999999 &= 777777776222222223
\end{aligned}$$

34. 奇妙的得数 (二)

$$\begin{aligned}
88 \times 99 &= 8712 \\
888 \times 999 &= 887112 \\
6666 \times 9999 &= 66653334 \\
66666 \times 99999 &= 6666533334 \\
666666 \times 999999 &= 666665333334 \\
5555555 \times 9999999 &= 55555544444445 \\
555555 \times 999999 &= 555554444445 \\
55555 \times 99999 &= 5555444445 \\
4444 \times 9999 &= 44435556 \\
444 \times 999 &= 443556 \\
33 \times 99 &= 3267 \\
3 \times 9 &= 27
\end{aligned}$$

35. 多大数以内的任意一个数

这道题求十一个数中注意几个数的和能表示多大数以内的任意一个数，就是求这十一个数的和。即：

$$1 + 2 + 2 \times 2 + \dots + \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{10 \uparrow 2} = 1023$$

36. 能被 7、11、13 整除

证明：

$$\begin{aligned}
\overline{ahcdef} &= \overline{abc} \times 1000 + \overline{def} \\
&= \overline{abc} \times (1000 + 1) \\
&= 1001 \times \overline{abc} \\
&= 7 \times 11 \times 13 \times \overline{abc}
\end{aligned}$$

这个六位数必能被 7、11、13 整除。

37. 个数最多的一组数

解：因为 $819 = 3 \times 3 \times 7 \times 13$

又因为所求的一组数，它们的最大公约数是 7，所以个数最多的一组数是：

$$7, 7 \times 3, 7 \times 9, 7 \times 13。$$

即：这一组数是 7, 21, 63, 91。

38. 奇数

解：(1) 第一行到第九行共有 $1 + 2 + \dots + 9$ (个) 数，即 45 个。

(2) 第十行有十个数。第一个数是 1, 3, 5, 这列数的第 46 个，是 91。第十个数是这列数的第 55 个，是 109。

39. 哪一个数

解：一共有 120 个。第一个数是 12345，第二个数是 12354，最后一个数是 54321。

要知道 43251 是这列数中的第几个数，应先看比它小的数共有多少个，可以分类想：

- (1) 万位数字是 1, 2, 3 的共有多少个? (72 个)
 (2) 万位数字是 4, 千位数字是 1, 2 的共有多少个? (12 个)
 (3) 万位数字是 4, 千位数字是 3, 百位数字是 1 的有多少个? (2 个)
 (4) 万位数字是 4, 千位数字是 3, 百位数字是 2 的有多少个? (1 个)

四类总共有 $72 + 12 + 2 + 1 = 87$ (个)

所以, 43251 是第 88 个数。

要求第 93 个数是多少? 先想这个数的万位数字是多少, 万位上是 1, 2, 3, 4 的共有 96 个数, 第 93 个在万位是 4 的一类中, 并且是倒数第 4 个。即 45213。

40. 求证

证明:

$$\begin{aligned}
 \text{左边} &= \underbrace{11 \cdots 1}_{50 \text{ 个 } 1} \times 10^{50} + 1 - 2 \times (11 \cdots 1) \\
 &= \underbrace{11 \cdots 1}_{50 \text{ 个 } 1} (10^{50} + 1 - 2) \\
 &= \underbrace{11 \cdots 1}_{50 \text{ 个 } 1} (10^{50} - 1) \\
 &= \underbrace{11 \cdots 1}_{50 \text{ 个 } 1} (\underbrace{99 \cdots 9}_{50 \text{ 个 } 9}) \\
 &= \underbrace{11 \cdots 1}_{50 \text{ 个 } 1} (\underbrace{33 \cdots 3}_{50 \text{ 个 } 3}) \times 3 \\
 &= \underbrace{33 \cdots 3}_{50 \text{ 个 } 3} \times \underbrace{33 \cdots 3}_{50 \text{ 个 } 3} = \text{右边}
 \end{aligned}$$

41. 这五个数各是多少

解: 根据已知条件, 每两个数的和是下面十个数, 从小到大依次排列如下:

$$\begin{array}{cccc}
 x_1 + x_2 & x_1 + x_3 & x_1 + x_4 & x_1 + x_5 \\
 x_2 + x_3 & x_2 + x_4 & x_2 + x_5 & x_3 + x_4 \\
 x_3 + x_5 & x_4 + x_5 & &
 \end{array}$$

又可知道

$$x_1 + x_2 = 23 \quad x_3 + x_5 = 35$$

$$x_1 + x_6 = 26 \quad x_4 + x_5 = 37$$

$$\text{又因为 } 4(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) = 300$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 75$$

$$\text{因为 } x_1 + x_2 + x_4 + x_5 = 23 + 37 = 60$$

$$\text{所以 } x_3 = 15$$

$$\text{由 } x_1 + x_3 = 26 \quad \text{得出 } x_1 = 11$$

$$x_1 + x_2 = 23 \quad \text{得出 } x_2 = 12$$

$$x_3 + x_5 = 35 \quad \text{得出 } x_5 = 20$$

$$x_4 + x_5 = 37 \quad \text{得出 } x_4 = 117$$

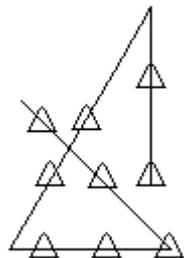
这五个数是：11, 12, 15, 17, 20。

42. 两个相邻自然数之积

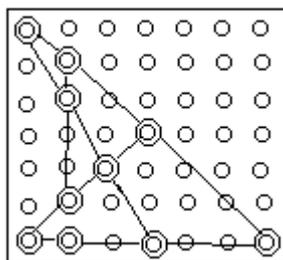
$$\begin{aligned}
 \text{解: } & \underbrace{11 \cdots 1}_{100 \text{ 个 } 1} \quad \underbrace{22 \cdots 2}_{100 \text{ 个 } 2} \\
 & = \underbrace{11 \cdots 1}_{100 \text{ 个 } 1} \times 10^{100} + \underbrace{11 \cdots 1}_{100 \text{ 个 } 1} \times 2 \\
 & = \underbrace{11 \cdots 1}_{100 \text{ 个 } 1} \times (10^{100} + 2) \\
 & = \underbrace{11 \cdots 1}_{100 \text{ 个 } 1} \times (10^{100} - 1 + 3) \\
 & = \underbrace{11 \cdots 1}_{100 \text{ 个 } 1} \times (99 \cdots 9 + 3) \\
 & = \frac{1}{3} \underbrace{(99 \cdots 9)}_{100 \text{ 个 } 9} \times \frac{1}{3} \underbrace{(99 \cdots 9 + 3)}_{100 \text{ 个 } 9} \\
 & = \underbrace{33 \cdots 3}_{100 \text{ 个 } 3} \times \underbrace{(33 \cdots 3 + 1)}_{(100-1) \text{ 个 } 3}
 \end{aligned}$$

四、几何图形

1. 一笔划掉



2. 每行四个



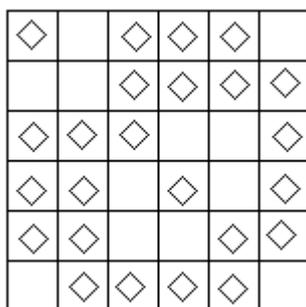
3. 求角度

$$A = 84^\circ$$

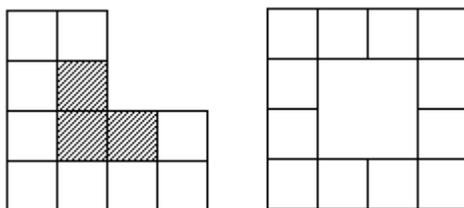
4. 对称轴

正方形有四条对称轴；长方形有二条对称轴；等边三角形有三条对称轴；等腰梯形有一条对称轴；正六边形有六条对称轴。

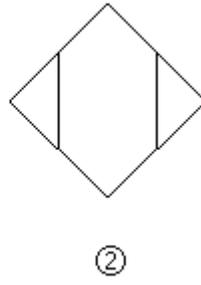
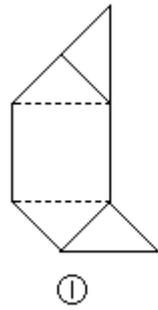
5. 三十六个“ ”



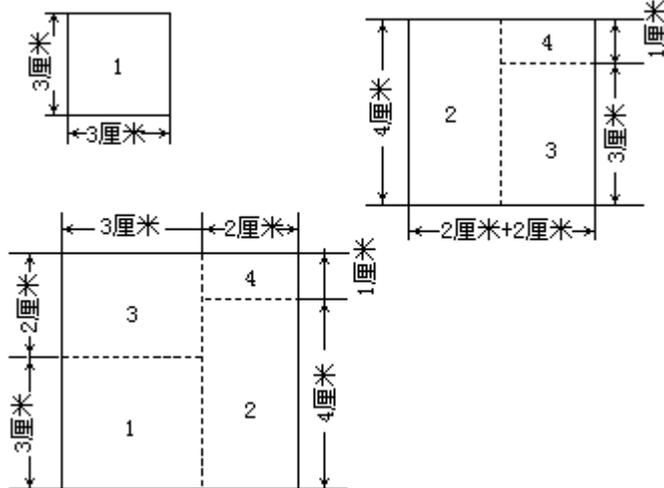
6. 剪剪拼拼



7. 巧剪巧拼



8. 切拼正方形



9. 折纸游戏

先求出最大公约数：

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 54 \quad 48} \\ 3 \overline{) 27 \quad 24} \\ \hline 9 \quad 8 \end{array}$$

$$2 \times 3 = 6 \text{ (厘米)}$$

剪成最大的正方形边长是 6 厘米。

$$54 \div 6 = 9$$

$$48 \div 6 = 8$$

$$9 \times 8 = 72 \text{ (块)}$$

一共可以剪成 72 块这样的正方形。

10. 拼棋盘

最小公倍数是：

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 10} \\ \hline 6 \quad 5 \end{array}$$

$$2 \times 6 \times 5 = 60 \text{ (厘米)}$$

拼成棋盘的边长是 60 厘米

$$60 \div 12 = 5$$

$$60 \div 10 = 6$$

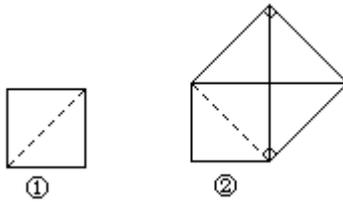
$$5 \times 6 = 30 \text{ (块)}$$

拼成这个正方形棋盘共需要 30 块小木板。

11. 画正方形

先像图 那样，画一个对角线，把它分成两个完全相同的等腰直角三角形。再像图 那样画一个大正方形。

因为图 中有完全相同的四个等腰直角三角形，图 中有二个，所以图的面积等于图 面积的两倍。



12. 几种图案

略。

13. 巧算正方形的面积

做正方形的另一条对角线。得到四个完全相同的等腰直角三角形。（如下图）。

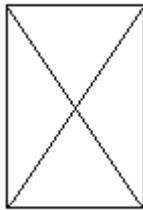
一个等腰直角三角形的面积是：

$$8 \div 2 = 4 \text{ (直角边)}$$

$$4 \times 4 \div 2 = 8 \text{ (平方米)}$$

四个等腰直角三角形的面积，即正方形的面积。

$$8 \times 4 = 32 \text{ (平方米)}$$



14. 正方形的边长

因为正方形的周长=边长 \times 4

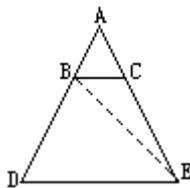
正方形的面积=边长 \times 边长。所以只有正方形的边长为4时，它的周长（等于 4×4 ）和它的面积（等于 4×4 ）才能相等。

这块正方形地的边长是4米，面积是16平方米。

15. 长增加多少

计划实验田的面积扩大到288平方米，宽扩大2倍，长应该是：

$$288 \div (6 \times 2) = 24 \text{ (米)}$$



原实验田的长是8米，计划实验田的长应增加：

$$24 - 8 = 16 \text{ (米)}。$$

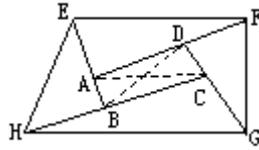
16. 多少倍

解：连结BE，可知三角形ABE是三角形ABC面积的5倍。还可知三角形ADE是三角形ABE面积的5倍。所以大三角形ADE是小三角形ABC面积的 $5 \times 5 = 25$ 倍。

17. 求面积

解：连结 BD， EA=BAF=2AD

$$S_{AEF} = 2S_{ABD} \quad \text{同理可证：} S_{HGC} = 2S_{CBD}$$



$$S_{AEF} + S_{HGC} = 2S_{\square ABCD}$$

连结 AC，

$$\text{可证：} S_{HBE} = 2S_{ABC}$$

$$S_{DEG} = 2S_{ACD}$$

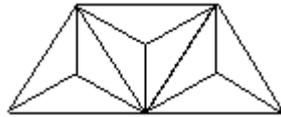
$$S_{HBE} + S_{DEG} = 2S_{\square ABCD}$$

大四边形 EFGH 是小四边形 ABCD 面积的 5 倍。即 5 平方厘米。

18. 平行四边形

阴影部分与其余部分面积相等。有阴影的两个三角形的面积不相等。

19. 分成 9 份



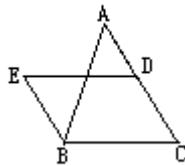
20. 阴影部分是多少

因为阴影部分是长方形，所以图中的四个三角形都是直角三角形。左右两个三角形的面积是 $\frac{a \times 2a}{2} = a \times b$ ，上下两个三角形的面积是 $\frac{a \times 2b}{2} = a \times b$ ，阴影部分的面积也是 $a \times b$ （长方形）。所以大平行四边形的面积是阴影部分面积的 5 倍。

又因这个平行四边形面积是 90 平方厘米，阴影部分面积是 $90 \div 5 = 18$ （平方厘米）。

21. 比是多少

解：设平行四边形高为 h ，三角形 ABC 高为 H 。



$$\text{依题意有：} \frac{\frac{1}{2}BC \times H}{BC \times h} = \frac{2}{3}$$

$$2BC \times h = \frac{3}{2}BC \times H$$

$$4BC \times h = 3BC \times H$$

$$h : H = 3 : 4$$

所以它们以 BC 为底的高的比是 3 : 4

22. 哪个面积大

圆的周长是 12.56 米。

圆的半径是： $12.56 \div 3.14 \div 2 = 2$ （米）

圆的面积是： $2 \times 2 \times 3.14 = 12.56$ （平方米）

正方形的周长是 12.56 米

正方形的边长是： $12.56 \div 4 = 3.14$ （米）

正方形的面积是： $3.14 \times 3.14 = 9.86$ （平方米）

圆的面积比正方形面积大 $12.56 - 9.86 = 2.7$ （平方米）。

23. 判断大小

（1）ABD 的面积最大。ABC 的面积最小。因为这三个三角形是同底的（圆的直径为底），而三角形底边上的高不同，高的长度越长面积就越大。

（2）四个三角形的面积相等。因为这四个三角形的底是相等的（同底），它们的高也是相等的（平行线之间的距离处处相等）。所以它们的面积也是相等的。

24. 长方形面积和圆的面积

$3^2 \times 3.14 = 28.26$圆的面积。

$28.26 \div 5 = 5.652$长方形另一边长。

$(5 + 5.652) \times 2 = 21.304$长方形的周长。

$3 \times 2 \times 3.14 = 18.84$圆的周长。

25. 阴影部分的面积

图（1）98.42（平方厘米）

图（2）18.06（平方厘米）

图（3）30.96（平方厘米）

26. 铁球的横截面外圆周长为 25.12 厘米

外圆半径为 $25.12 \div 2 \div 3.14 = 4$ （厘米）

内圆周长

18.84 厘米，内圆半径为：

$18.84 \div 2 \div 3.14 = 3$ （厘米）

环形内一个铁珠的半径是：

$$\frac{4-3}{2} = 0.5 \text{（厘米）}$$

铁珠的横截面积是： $0.5 \times 0.5 \times 3.14 = 0.785$ （平方厘米）

27. 花坛的周长

半圆的半径是 2 米，半圆的周长是：

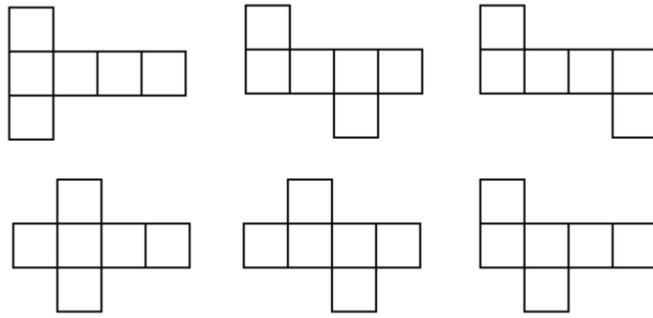
$$\frac{1}{2} \times (2 \times 2 \times 3.14) = 6.28 \text{（米）}$$

五个半圆的周长是： $6.28 \times 5 = 31.4$ （米）所以这个花坛的周长是 31.4 米

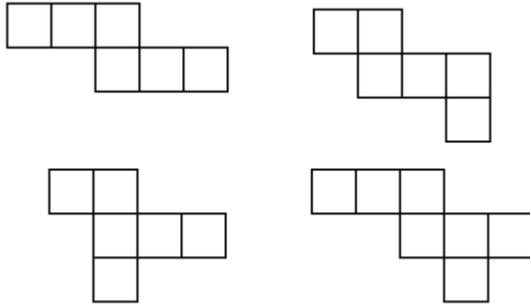
28. 正方体的展开图

共有 11 种：

把四个面排成一排的有 6 种



把三个面排成一排的有 4 种



把二个面排成一排的有 1 种



29. 长方体的体积

把宽度多算了 $\frac{1}{3}$ ，宽度变成了 $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ （宽）；高的尺寸少算了 $\frac{1}{3}$ ，高的尺寸变成 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ （高）。阿强的算式实际上是长 $\times \frac{4}{3}$ 宽 $\times \frac{2}{3}$ 高 $= \frac{8}{9}$ （长 \times 宽 \times 高）。所以他答案要比正确答案（长 \times 宽 \times 高）要少 $1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$ ，因此是错误的。

30. 长方体和正方体

解： $5 \times 5 \times 5 = 125$

$$125 + 3 = 128 = 27 \times 1$$

$$125 - 5 = 120 = 23 \times 31 \times 51 \times 1$$

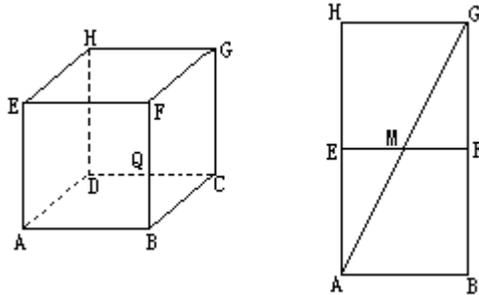
根据约数个数公式，128 有 $(7+1) = 8$ 个约数它们是 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128。120 有 $(3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16$ 个约数，它们是：1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120。

$$\left. \begin{array}{l} \text{依题意有：} 1 \times 2 \times 64 = 128 \\ 1 \times 4 \times 32 = 128 \\ 1 \times 8 \times 16 = 128 \\ 2 \times 4 \times 16 = 128 \end{array} \right\} \text{共4种}$$

$$\begin{array}{l}
 1 \times 2 \times 60 = 120 \\
 1 \times 4 \times 30 = 120 \\
 1 \times 8 \times 15 = 120 \\
 1 \times 3 \times 40 = 120 \\
 1 \times 6 \times 20 = 120 \\
 1 \times 12 \times 10 = 120 \\
 1 \times 5 \times 24 = 120 \\
 2 \times 3 \times 20 = 120 \\
 2 \times 4 \times 15 = 120 \\
 2 \times 5 \times 12 = 120 \\
 2 \times 6 \times 10 = 120 \\
 3 \times 4 \times 10 = 120 \\
 3 \times 8 \times 5 = 120 \\
 4 \times 5 \times 6 = 120
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1 \times 2 \times 60 = 120 \\ \dots \\ 4 \times 5 \times 6 = 120 \end{array}} \right\} \text{共14种}$$

31. 最短的路程

从 A 点爬到 EF 的中点 M，再从 M 爬到 G 点。



还可以从 A 点爬到 FB 的中点 Q、再从 Q 爬到 G。

共有六条路线合乎要求。

32. 圆柱体

把圆柱体侧面展开成长方形，再用直尺把这个长方形的对角线画出来。

这条对角线就是最短的线段。

33. 圆锥体

圆柱形木料的体积是：

$$10 \times 10 \times 3.14 \times 8 = 2512 \text{ (立方厘米)}$$

最大的圆锥体的体积是：

$$10 \times 10 \times 3.14 \times 8 \times \frac{1}{3} = 837 \text{ (立方厘米)}$$

需旋去的木料：

$$2512 - 837 = 1675 \text{ (立方厘米)}$$

34. 地球和太阳的体积

地球的直径是 12750 公里

地球的体积：

$$\frac{1}{6} \times 3.14 \times 12750 \times 12750 \times 12750$$

$$= 1.085 \times 10^{12} \text{ (公里)}^3$$

太阳的直径：

$$2750 \times 109 = 1389750 \text{ (公里)}$$

太阳的体积：

$$\frac{1}{6} \times 3.14 \times 1389750 \times 1389750 \times 1389750$$

$$=1.405 \times 10^{13} \text{ (公里)}^3$$

35. 多少个

3, 4, 5 的最小公倍数是 60。

$$60 \times 60 \times 60 \div (3 \div 4 \times 5) = 3600 \text{ (个)}$$

这个立方体的棱长是 60 厘米，需用这样的小木块 3600 个。

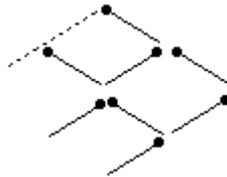
36. 长方体的红砖

共有 11 块红砖，重叠方法如图：

37. 摆火柴

(1) 摆成棱锥形。即下面一个三角形，在上面三个三角形两个共边，共一顶点。

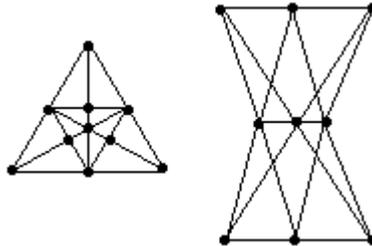
(2) 移动两根



38. 巧栽树

解法一：栽法如下图，ABC 是正三角形，A1B1C1 是正三角形 ABC 三边中点

解法二：



五、名人名题

1. 不说话的学术报告

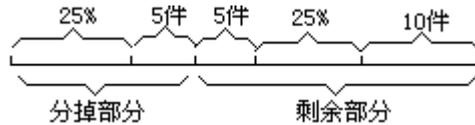
至少用了 156 天。

2. 国王的重赏

18, 466, 744, 073, 709, 551, 615 颗麦粒, 这个数目相当于全世界两千年所生产的全部小麦。

3. 王子的数学题

金箱：



$$(5 + 5 + 10) \div (1 - 25\% - 25\%)$$

$$= 20 \div 50\%$$

$$= 40 (\text{件})$$

银箱：

$$(4 + 4 + 4) \div (1 - 20\% - 20\% - 20\%)$$

$$= 12 \div (1 - 60\%)$$

$$= 12 \div 40\%$$

$$= 30 (\text{件})$$

4. 公主出题

$$3 \div \frac{1}{2} = 6 (\text{个})$$

$$(6 + 1) \div \frac{1}{2} = 14 (\text{个})$$

$$(14 + 1) \div \frac{1}{2} = 30 (\text{个})$$

篮子中原有李子 30 个。

5. 哥德巴赫猜想

$$(1) 100 = 3 + 97$$

$$(2) 50 = 3 + 47$$

$$(3) 18 = 5 + 13$$

6. 贝韦克的七个 7

被除数是：7375428413

除数是：125473

商是：58781

7. 刁藩都的墓志铭

$$(5 + 4) \div \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{7}\right)$$

$$= 9 \div \frac{9}{84}$$

$$= 84 (\text{岁})$$

刁藩都活了 84 岁。

8. 遗嘱

古罗马法学家萨尔维昂·尤利昂对这个问题作了一个有法律根据的解决办法；根据立遗嘱人的要求，女儿得到的遗产应是母亲得到遗产的 $\frac{1}{2}$ ，儿子得到的遗产应是母亲得到遗产的2倍。这样应把遗产分成7份，母亲可得到2份，女儿得到1份，儿子得到4份。

9. 布哈期卡尔的算术题

$$\begin{aligned} & 1 \div [1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{3} - (\frac{1}{3} - \frac{1}{5}) \times 3] \\ &= 1 \div \frac{1}{15} \\ &= 15 \text{ (只)} \end{aligned}$$

聚集了15只蜜蜂。

10. 马格尼茨基的算术题

$$\begin{aligned} & (12 - 5) \div (1 - \frac{7}{12}) - 12 \\ &= 1 \div \frac{1}{15} \\ &= 4.8 \text{ (元)} \end{aligned}$$

这件短衣值4.8元。

11. 托尔斯泰的算术题

算术解法：

(1) 若大草地上用全部人数的 $1\frac{1}{2}$ ，半天割完大草地的草。

(2) 用全部人数的 $1\frac{1}{2} \div 2 = \frac{3}{4}$ ，半天可割完小草地的草。现在用了全部人数的 $\frac{1}{2}$ ，差全部人数的 $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ，所以没割完。

余下这块地用全部人数的 $\frac{1}{4}$ ，两半天就可割完，或用全部人数的 $\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{8}$ ，经过一天可割完。

已知 $\frac{1}{8}$ 是1个人，所以全部人数是 $1 \div \frac{1}{8} = 8$ (人)。

方程解法：

设这组割草的人数为x人。

当每个人的割草能力不变时，割草人数与草地面积成正比例关系。

若要半天内割完大草地的草，需 $(x + \frac{x}{2})$ 人。

若要半天内割完小草地的草，需 $(\frac{x}{2} + 1 \times 2)$ 人。

按比例关系列出方程为：

$$(x + \frac{x}{2}) : (\frac{x}{2} + 1 \times 2) = 2 : 1$$

解方程

$$\frac{3}{2}x = x + 4$$

$$x = 8$$

12. 涡卡诺夫斯基的算术题 (一)

$$\frac{6}{4} - \frac{5}{7} = \frac{11}{14}$$

$$5.5 \div \frac{11}{14} \times \frac{5}{7} = 5(\text{公里})$$

马又跑了 5 公里，才被狗追上。

13. 涡卡诺夫斯基的算术题 (二)

$$27 \div \left(1 - \frac{2}{5} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4}\right)$$

$$= 27 \div \frac{9}{140}$$

$$= 420(\text{人})$$

在他领导下是 420 人。

14. 数学家达兰倍尔错在哪里

甲：正 正 反 反

乙：正 反 正 反

两个都出现正面的概率是 1 : 4。

15. 埃及金字塔

法列士是在他自己的影子和身高相等时才测量的，这时日光正是以 45° 的角射向地面的。ABC 是等腰直角三角形，塔的高 AB 等于 BC 的长度。又因塔的底面是正方形，所以 BD 是塔的底边长的一半（可以测量出来），再加上 DC 的长度，即 BC 的长度。BC 的长度就是塔高 AB 的高度（ $AB = BC$ ）。

16. 一笔画问题

这个问题，实际上是一笔画问题。

一笔画就是一笔可以画成一个图。

判断一笔画的方法：

是连通的。一个图，如果图上任意二点总有线段连接着，就称为连通的。不是连通的就不能一笔画出。

奇点个数是 0 或者是 2。图上线段的端点可以分成二类，奇点和偶数。一个点，以它为端点的线段数是奇数就称为奇点，线段数是偶数就称为偶点。一个图是否是一笔画就看奇点的个数，奇点个数是 0 或者 2，就是一笔画，否则就不是一笔画。

哥尼斯桥问题，就是一笔画问题。但因 A、B、C、D 四个点都是奇点即奇点的个数是 4，而不是 0 或 2，所以不是一笔画，也就不能一次走遍，而又不重复。

17. 韩信点兵

(1) 由于被 3 和 5 除都余 2，所以这个数应该是： $3 \times 5 \times A + 2$ （A 是整数），为了使 $3 \times 5 \times A + 2$ 的得数能满足再除以 7 余 4 的条件，只好假设 $A=1$ 、 $A=2$ 、 $A=3$ ……逐一去试，看哪个数能满足被 7 除余 4 这个要求。

假设,当 $A=1$ 时,即 $3 \times 5 \times 1 + 2 = 17$, ($17 \div 7 = 2 \dots 3$, 不符合要求);
当 $A=2$ 时,即 $3 \times 5 \times 2 + 2 = 32$ ($32 \div 7 = 4 \dots 4$, 符合被 7 除余 4 的要求)。

(2) 如果这队士兵人数在三四百人之间,应该用 $3 \times 5 \times 7$ 的积乘以 3 再加此题一系列答案中最少的一个 32。即:

$$3 \times 5 \times 7 \times 3 + 32 = 347 \text{ (人)}$$

数学上把这类问题称为不定方程问题。

18. 共有多少个桃子

$$1020 \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) + 1 = 1276 \text{ (个)}$$

$$1276 \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) + 1 = 1596 \text{ (个)}$$

$$1596 \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) + 1 = 1996 \text{ (个)}$$

$$1996 \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) + 1 = 2496 \text{ (个)}$$

$$2496 \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) + 1 = 3121 \text{ (个)}$$

一共有 3121 个桃子。

19. 《九章算术》里的问题

算术解法:

5日往返三灰,一次需 $\frac{5}{3}$ 日。

当路程一定时,时间和速度成反比例关系。

设从甲地到乙地要 x 日,从乙地返回甲地要 $\left(\frac{5}{3} - x\right)$ 日,列出比例式:

$$x \left(\frac{5}{3} - x\right) = 70 : 50$$

$$70 \times \left(\frac{5}{3} - x\right) = 50x$$

$$x = \frac{35}{36}$$

距离是:

$$50 \times \frac{35}{36} = 48 \frac{11}{48} \text{ (里)}$$

方程解法:

设二地相距 x 里,按时间相等列出方程

$$\frac{x}{50} + \frac{x}{70} = \frac{5}{3}$$

$$x = 48 \frac{11}{18}$$

20. 《张立建算经》里的问题

从现代数学的观点来看,百鸡问题是一个求不定方程整数解的问题。

有三种可能性:

(1) 公鸡 4 只,母鸡 18 只,小鸡 78 只

(2) 公鸡 8 只, 母鸡 11 只, 小鸡 81 只

(3) 公鸡 12 只, 母鸡 4 只, 小鸡 84 只

21. 《算法统宗》里的问题

设这群羊共有 x 只, 根据题意得:

$$x + x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + x + 1 = 100$$

$$2\frac{3}{4}x = 99$$

$$x = 36$$

这群羊共 36 只。

22. 洗碗 (中国古题)

设客人为 x 人, 则饭碗为 $\frac{x}{2}$ 只, 汤碗为 $\frac{x}{3}$ 只, 菜碗为 $\frac{x}{4}$ 只, 列方程

得:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 65$$

$$x = 60$$

有 60 位客人。

23. 和尚吃馒头 (中国古题)

大和尚每人吃 4 个。

设有大和尚 x 人, 则小和尚 $(100 - x)$ 人

$$4x + \frac{100 - x}{4} = 100$$

$$x = 20 \dots \dots \text{大和尚}$$

$$\text{小和尚 } 100 - 20 = 80 (\text{人})$$

$$20 \times 4 = 80 (\text{个}) \dots \dots \text{大和尚吃馒头数}$$

$$80 \div 4 = 20 (\text{个}) \dots \dots \text{小和尚吃馒头数}$$

24. 百蛋 (外国古题)

设第一个农民有 x 个蛋, 第二个农民有 $(100 - x)$ 个蛋。第一人每个

蛋卖 $\frac{15x}{100 - x}$, 所以他总共卖得了 $\frac{15}{100 - x} \times x = \frac{15}{100 - x}$ 个克利采。

第二个人每个蛋卖 $\frac{6\frac{2}{3}}{x}$, 他总共卖得了 $\frac{6\frac{2}{3}}{x} \times (100 - x)$ 个克利采。

由于两个人所得钱一样, 得:

$$\frac{15x}{100 - x} = \frac{6\frac{2}{3}}{x} \times (100 - x)$$

$$x = 40$$

第一个农民有 40 个蛋, 第二个农民有 60 个蛋。

数学竞赛题与答案

美国长岛小学数学竞赛题

美国长岛于 1979 年 11 月至 1980 年 3 月首次举办了小学生数学竞赛。竞赛共分 5 次，每月进行 1 次，每次 5 题。试题灵活、新颖，富有竞赛性。为了适合我国的情况，少数题目作了更动。现将赛题介绍如下：

第一次

1. 今天星期二，从今天算起，第 100 天是星期几？
2. 有 4 张 3 分邮票与 3 张 5 分邮票，用这些邮票中的 1 张或若干张能得出多少种不同的邮资？
3. 求出 $1 + 2 + 3 + \dots + 24 + 25$ 的和。
4. 百货商店里，2 支圆珠笔和 3 支蘸水钢笔共值 7 角 8 分，3 支圆珠笔与 2 支蘸水钢笔共值 7 角 2 分，问 1 支圆珠笔值多少钱？
5. 3 个人完成一项任务需 3 星期又 3 天，问 4 个人完成这项任务需多少时间（假定每个人的工作效率相同）？

第二次

1. 一个小售货亭以 100 元钱进了一批货，以 150 元卖出，又以 200 元钱进了第二批货，最后以 250 元卖出。这个售货亭是赚钱还是赔钱？赚（赔）了多少？
2. 30 枚硬币由 2 分与 5 分的组成，共值 9 角 9 分，两种硬币各有多少？
3. 从一张 2 尺 \times 3 尺的长方形纸上最多能剪下多少张 2 寸 \times 3 寸的长方形纸片？
4. 在前三场击球游戏中，阿丽丝得分分别为 139、143、144，为了使四场游戏的得分平均数为 145，第四场她应得多少分？
5. 一本书有 500 页，编上页码 1、2、3……。问数字 1 在页码中出现多少次？

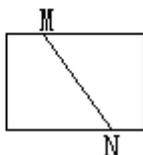
第三次

1. 一盒弹子可以平均分给 2、3、4、5 或 6 个儿童，问这盒弹子最少有多少颗？
2. 摩托车驾驶员以每小时 20 公里的速度行了 60 公里，回来时每小时行 30 公里，问往返全程的平均速度是多少？
3. 四位数 3AA1 能被 9 整除，求 A。
4. 将下面算式的和表示为一个最简分数：
$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6}$$
5. 自 1 开始，每隔两个数写出一个数来，得到数列 1、4、7、10……问第 100 个数是多少？

第四次

1. 商店的售货员将100公斤巧克力装入若干只盒子中，每只盒子装 $1\frac{1}{4}$ 公斤巧克力，卖8.75元，问全部卖完可得多少钱？
2. 在下列乘法算式中，A、B表示不同的数字，求A、B。

$$\begin{array}{r} \text{A B} \\ \times \text{B A} \\ \hline 114 \\ 304 \\ \hline 3154 \end{array}$$



3. 在右上图的长方形中，线段MN把这个长方形分为两部分，问用四条线段最多能把这个长方形分为多少份？
4. 已知 $\frac{1}{3} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B}$ ，A、B是不同的整数，求A、B的值。
5. P、Q表示两个数， $P * Q$ 表示 $\frac{P+Q}{2}$ ，求 $3 * (6 * 8)$

第五次

1. 数2、4、6、8、10、12...是连续的偶数。若五个连续的偶数的和是320，这五个数中最小的一个是多少？
2. 阿密在 $1\frac{1}{2}$ 小时内可割600平方米的草，用这样的速度割600平方尺的草需要多少时间？
3. 将下式写成最简分数：

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$$

4. 写出全部除109后余数为4的两位数。
5. 一个工人将弹子装进两种盒子中，每个大盒子装12颗，小盒子装5颗，恰好装完。如果弹子一共是99颗，盒子数大于10，这两种盒子各有多少？

美国长岛小学数学竞赛题答案

第一次

1. 自今天起每过7天仍是星期二，由于 $100 \div 7 = 14 \dots 2$ 。因此，经过100天后是星期四。

2.注意到3和5的关系是互质的,因此全用3分邮票(4张)可付4种不同的邮资;全用5分邮票(3张)可付3种邮资;如3分和5分邮票混合使用时(即付邮资时必须同时有3分也有5分的邮票),可付出不同的邮资 $3 \times 4 = 12$ 种。所以总数是 $4 + 3 + 12 = 19$ (种)。

$$3. 1 + 2 + 3 + \dots + 23 + 24 + 25 = (1 + 25) + (2 + 24) + (3 + 23) + \dots + (12 + 14) + 13 = 26 \times 12 + 13 = 3250$$

4.5支圆珠笔与5支蘸水钢笔值: $78 + 72 = 150$ (分)。那么,2支圆珠笔与2支蘸水钢笔值: $150 \times \frac{2}{5} = 60$ (分)。

所以,一支圆珠笔值: $72 - 60 = 12$ (分)

5.1个人完成这件任务需要: $(3 \times 7 + 3) \times 3 = 72$ (天)。

所以,4个人完成这件任务需要: $72 \div 4 = 18$ (天)。

第二次

1. $250 - 200 + 150 - 100 = 100$ 。这个售货亭赚钱100元。

2.每一枚5分硬币比一枚2分硬币多3分。如果30枚全为2分币,则值款; $30 \times 2 = 60$ (分)。

但 $99 - 60 = 39$ (分)。

所以5分硬币的数目是 $39 \div 3 = 13$ (枚)。

因此2分硬币数是 $30 - 13 = 17$ (枚)。

3.因2尺有10个2寸,3尺有10个3寸,所以共可裁出长方形纸片数是:

$$10 \times 10 = 100 \text{ (个)}$$

$$4. 145 \times 4 - (139 + 143 + 144) = 154$$

5.因为每连续10个数,在个位上就出现一次1。因此,个位数上出现1的共 $500 \div 10 = 50$ (次)。

十位数上出现1的情况,每100个数有10次,即十位数上出现1的共 $5 \times 10 = 50$ (次)。

500个数中,百位上出现1的数是100个,所以总共出现1的次数是: $50 + 50 + 100 = 200$ (次)。

第三次

1.这组弹子的最少数目是2、3、4、5、6的最小公倍数,即60颗弹子。

2.驾驶员往返共用的时间是:

$$60 \div 20 + 60 \div 30 = 5 \text{ (小时)}$$

往返总路程是: $60 \times 2 = 120$ (公里)

因此,往返全程的平均速度是:

$$120 \div 5 = 24 \text{ (公里/小时)}。$$

3. $3 + A + A + 1 = 2A + 4$ 必须也能被9整除,其中A是0~9的整数。因此 $2A + 4$ 只能等于9或18。但当 $2A + 4 = 9$ 时,A是分数,不合题意。当 $2A + 4 = 18$ 时,得 $A = 7$ 。所以,3AA1即为3771。

$$\begin{aligned}
& 4. \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} \\
&= (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} - \frac{1}{5}) + (\frac{1}{5} - \frac{1}{6}) \\
&= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}
\end{aligned}$$

$$5. 1 + (10 - 1) \times 3 = 298$$

第四次

$$1. 8.75 \times (100 \div 1\frac{1}{4}) = 700 \text{ (元)}$$

2. 从乘法算式可以推得：

$A \times B$ 的个位数字是 4；

$A \times A$ 应比 2 大且比 11 小。因此， A 只能是 2 或 3。

$B \times B$ 的个位数字是 4。因此， B 只能是 2 或 8。

由于 A 、 B 尾不同的，当 $B=2$ 时， A 只能是 3，但此时 $A \times B = 2 \times 3 = 6$ ，其个位数不是 4，不合题意。

当 $B=8$ 时，若 $A=2$ ，但 $A \times B = 2 \times 8 = 16$ ，与 不合。若 $A=3$ ，则 $A \times B = 8 \times 3 = 24$ ，这才符合题意。

把 $A=3$ ， $B=8$ 代入，算式成立。可知这是问题的解。

