

学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

中学生数理化



本卷主编的话

《中学生数理化》在全国中学生期刊中是小有名气的。她 1981 年 10 月创刊，在当时是全国率先创办的中学生课内学习辅导性月刊。1983 年 10 月，分版为《中学生数理化》（高中版）、（初中版）。

《中学生数理化》在全国中学生期刊中独具权威性，中国数学会、中国物理学会、中国化学会是她的顾问单位。本刊在全国拥有一支高素质的骨干作者、通讯员队伍，全国著名的科学家、工程院院士、特级教师、优秀教师积极为刊物撰文写稿，并对办刊工作给予了关心和支持。已故著名数学家华罗庚为刊物题写了刊名。

《中学生数理化》在全国中学生心目中印象深、影响大。很多在校的中学生或大学毕业刚刚走上工作岗位的同志，都异口同声地说：“《中学生数理化》是我们心目中最好的杂志，我们今天的学习进步和成长都得益于《中学生数理化》。”创刊十多年来，杂志累计发行近 2 亿册，并发行到海外。中央电视台也曾以“中学生的好帮手”为题，向广大中学生介绍《中学生数理化》这个刊物。

编辑部恪守正确的办刊方针，讲信誉、讲质量、重服务。牢记“真诚为提高中学生素质服务，帮助中学生打下坚实的理科基础，培养千千万万中学生成为合格的跨世纪‘四有’新人”的办刊宗旨；努力体现“贴近课堂教学，贴近学生学习，贴近校园生活”的办刊特点；落实“透彻理解教材，激发学习兴趣，开阔知识视野，培养探索能力”的办刊目标。特别是近几年来，编辑部工作加大了改革力度，以创新的思维，努力的工作，取得了良好的社会效益和经济效益。1992 年、1996 年在由国家科委、中宣部和新闻出版署联合组织的第一、第二届全国优秀科技期刊评选中，本刊均荣获“全国优秀科技期刊”奖。1996 年，本刊还荣获河南省优秀科技期刊一等奖。

《中学生数理化》（初中版），内容丰富，栏目众多，举办活动丰富多彩。栏目辟有：“名人寄语”“课程导学”“理解与运用”“思路·方法·技巧”“学习指导”“复习参考”“巧思妙解”“竞赛园地”“第二课堂”“实验室”“刊中报”“智慧宫”等近 30 多个栏目。创刊 13 年来，形成了自己的办刊特色，栏目设置、编发文章深受专家好评和亿万中学生的喜爱。不少读者来信赞誉她为“不见面的好老师”、“贴心的好朋友”。

《当代中国少年儿童报刊百卷文库——中学生数理化（初中版）卷》主要选编了本刊 1992~1996 年所发表过的精品文章，其中选定了 10 个栏目中的 60 篇文章，均是在学生问卷调查中最受欢迎的。

在此，对于这次入选分卷文章的作者和参与编辑、插图工作的同志表示深深的谢意。

序

余心言

中国的少年儿童报刊，正呈现出一派繁荣的景象。正式出版的已经超过 200 家。有全国性的，也有地方性的；有面对中学生的，有面对小学高年级的、低年级的，还有面向学龄前幼儿的；有的以图为主，有的以文字为主，从内容看，有综合类、科普类、文艺类、艺术教育类、学习类；还有以少数民族文字出版的。

在广大少儿报刊编辑以及少年儿童文学工作者、美术工作者、科普工作者、教育工作者和许多专家学者的共同努力下，这些少儿报刊源源不断地为广大少年儿童读者提供了丰富的精神食粮，受到广大少年儿童的喜爱，哺育着一代又一代新人健康成长。少年儿童报刊之功是不可埋没的。

报纸和刊物都是定期出版的。它的长处是能够及时向读者提供新鲜的信息，满足读者的需求。缺点是不便保存和检索。虽然现在已经有了计算机手段。但似乎还没有哪一家报刊已经做到全文输入计算机系统，计算机的使用也还远未普及。许多优秀作品在报刊上发表了，当时起到了很好的作用，可是事过境迁，也就成了明日黄花，后来的读者想找也找不到了，许多读者还根本不知道有过这样的作品。而少年儿童又是人生的成长阶段，每年都有上千万的新读者进入这支队伍，同时又有成千上万的老读者离开这支队伍。新的读者需要新的知识、新的读物；他们也有许多需求同他的哥哥、姐姐、叔叔、阿姨是类似的。报刊又不可能老是炒冷饭，大量刊登过去的作品。这是一个矛盾。怎样解决这个矛盾，使一些作者辛勤劳动的精神产品继续发挥作用，满足新一代小读者的需求，这是一个值得花气力去解决的问题。

在中国少年儿童报刊工作者协会的组织下，各家少儿报刊编辑部共同努力，编辑出版《当代中国少年儿童报刊百卷文库》是解决这个矛盾的一个好办法。我翻阅了已经编好的几本书稿，感到内容是相当精彩的。一册在手，不同的读者就可以饱览自己喜爱的报刊中多年积累的精华。

这一套文集出版的另一方面功效是，便于各少年儿童报刊回顾总结自己的经验，互相交流，共同进行规律性的探讨，促进整个少年儿童报刊事业向新的高峰迈进。人类即将进入新的世纪，今天的雏鹰将要在新的天空中搏击。他们有理由要求获得更精美的精神营养。我相信，我们的少年儿童报刊百花园明天必将更加光彩夺目。

1997 年 1 月

俗话说“学好数理化，走遍天下都不怕”。这好比要造高楼必须首先要打好地基一样，数理化就是学任何科学的地基。怎样才能学好数理化呢？首先我们必须热爱科学，要有兴趣，这虽然与老师怎么教有关，但更重要的是自己怎样学，不能单靠生搬硬套死记死背，要学懂每个名词，每个定理和概念，当然数学有时候就需要死记，比如“九九乘法表”就要背得滚瓜烂熟。学加、减、乘、除的基础时，千万不要用计算器，一定要自己算，不能偷懒。记得我小时候父亲（著名地质学家李四光先生）老让我算一道四则题：有一百个和尚一百个馒头，大和尚一人吃三个馒头，小和尚三人吃一个馒头，问有多少大和尚多少小和尚？你如已学过代数，那当然非常容易答出来，但是不用代数来算就需要动动脑筋。这种四则题很多，就是为了训练脑筋的。

你们长大后如果想当一个发明家不需要是什么“天才”，不一定要聪明，但是对科学首先要感兴趣；再就是勤奋学习，要把数学、物理、化学包括生物的基础打得牢牢的；更重要的是要对你周围发生的现象有好奇心，多问些为什么，多想一想。牛顿就是一位大科学家，也是一位大发明家，物理学书上都有牛顿第一、二、三大定律。你们知道“万有引力”是怎么发现的吗？这里有一个故事：有一天牛顿躺在一棵苹果树下睡觉，突一个熟透了的苹果掉在他的头上，把他打醒了，他就想为什么苹果一定要往下掉，而不往上“掉”呢？他回到书房就冥思苦想，翻书计算，最后终于发现了地球有万有引力。你们说牛顿是个聪明人吗？这里还有他的一个故事：牛顿家里养了两只猫，一只大猫，一只小猫，他想要猫自己能出去大小便，就在他家的墙上挖了两个洞，一个大洞让大猫钻，一个小洞让小猫钻，你们说牛顿聪明不聪明？

在初中学好数理化不仅是为了增长科学知识，更重要的是学会怎样动脑筋，所以对书本上的知识都要问个为什么，不能囫圇吞枣。懂得了书本上的知识就有了智慧，长大了干哪一行都行。

（编者注 李林，女，著名物理学家，物理研究所研究员，中国科学院院士。）

多练善问 循序渐进

——致《中学生数理化》读者朋友

亲爱的同学们：

你们好！《中学生数理化》编辑部的同志要我为你们写几句话，谈谈学好数理化的经验。我想，你们在学习的过程中要注意以下几点：

第一，要多做练习，多提问题。多做练习可以帮助你们发现问题，消化课堂上学到的知识。多做，并不是机械地重复地做，而要善于从中提出问题，深入钻研。通过多做练习，可以熟练掌握各种题型，学到解题的技巧，提高分析问题、解决问题的能力。人们常说“熟能生巧”，

“熟”是“巧”的基础。

第二，要善于讨论、交流、善于总结。向老师请教，与同学讨论，往往是提高学识水平的最有效途径之一。在讨论、交流的基础上加以总结、消化，把学到、听到的东西变成自己的东西，这也是一种非常有效的学习方法。

第三，在学习上要切记“循序渐进”，千万不要急于求成。科学知识的积累来不得半点虚浮，必须靠踏踏实实地读书、钻研，没有捷径可走。如果前面的课程没有真正弄懂，就不要急于去学后面的东西。只有勤奋地、“一步一个脚印”地学习，才能真正把数理化知识学到手。

总起来说，希望你们能多练善问，深入钻研，循序渐进，牢固掌握。我相信你们在学习中，一定能创造出适合于自己特点的经验来，在全国“科教兴国”的热潮中更加勤奋地学习，牢固地掌握科学知识，为建设富强的祖国贡献自己的力量！

陈佳洱
1995年9月

（编者注 陈佳洱，男，中国物理学会理事长，国家基金委员会副主任，北京大学教授，中国科学院院士。）

解决科技问题必须理论联系实际

《中学生数理化》的读者朋友：

我是学有机化学的，选择这门学科作为我终生的职业，是有一段过程的。记得中学时代，我对物理、化学、生物都感兴趣。因为我遇到了几位好老师，他们的课讲得十分生动活泼、趣味横生、富于启发力。这引起同学们对他们所教学科的极大兴趣。每次上课，老师都要介绍一些现象和结果，对于“为什么”会有这样的现象或结果，同学们议论纷纷，提出问题或建议，经过老师和同学一齐归纳、讨论，最后总结出方案。当然，未经最终的实验，这个方案不一定是可行的。但是只要经过了这个过程，同学们对这个问题的理解，至少会更深刻一些。最后，经过实验得出的结果和理论推断相吻合，问题也就迎刃而解了。这是亲自动手，理论联系实际，由实验结果下的结论。若单凭理论推断，结论就不一定正确。

其次，我想谈一下另一个问题：在社会的群体中，我们究竟应该采取怎样一个行为准则呢？我认为“德、智、体”全面发展是最合适的，三者缺一不可，排列次序也不能更动。学问再大，身体再好，如果损人利己，处处为自己设想，丝毫没有爱国爱民的精神，那又有什么兴国利民的可能性呢？

由以上认识，我总结出两句话：“解决科技问题，要理论联系实际”，“为人处世要‘德、智、体’全面发展”。

我自己做得还远远不够，愿写出来与同学们共勉！

蒋丽金
1995年10月27日

(编者注 蒋丽金,女,化学家,浙江杭州市人。中国科学院院士。现为中国科学院感光化学研究所研究员,中国化学会常务理事。)

未来是你们的

很高兴与青少年同学们谈谈我的中学时代和对你们的希望。

回忆 60 多年前我的中学时期,那是我逐步确定个人志向,初步形成人生观、价值观的重要时期。我念中学是从 1931 年到 1937 年——从“九·一八”事变到“七·七”事变,正值我国备受帝国主义列强欺凌侵略,国难深重,抗日救亡运动兴起的年代,这激发了我的爱国热忱和民族自尊心,促使我立志走科技救国、强国之路。那时我朦胧地认为要有发达的工业和先进的科学技术,国家才能富强起来,我们才能不受凌辱。于是决心要认真学习,学好本领,将来从事科技工作,为祖国贡献力量。从此 60 余年风风雨雨,历尽沧桑,在这个志向指引下,不管顺境,还是逆境;战争时期,还是平时时期;在国内或是在国外,我都怀着报效祖国的赤子之心,刻苦学习,勤奋工作,总算做了一些有益的工作,对祖国科技事业有所贡献,问心无愧。而今老骥伏枥,在科技园地还继续默默耕耘,只是节奏稍微放慢了点,总算老有所为,乐在其中!

我真羡慕你们生逢盛世,在改革开放,蒸蒸日上的大好时期成长着,希望你们珍惜这来之不易的良机,好好学习,好好锻炼身体,做一个德智体全面发展的好学生。我还希望你们逐步树立正确的世界观、人生观。具体志向可以根据个人兴趣和意愿来选择,确立正确志向,必须走正路。学理工也好,学文史也好,学农医也好,学政经也好,都是社会需要,要立志做个正直的人,有用的人;将来学成后,勤奋工作,做出成绩,对“科教兴国”的伟大战略有所奉献。你们将是 21 世纪祖国繁荣昌盛年代的生力军,未来是属于你们的。

钟香崇

(编者注 钟香崇,男,1921 年生,广东潮州人,耐火材料专家,中国科学院院士。现为冶金工业部洛阳耐火材料研究院顾问(原院长),北京科技大学教授,博士生导师。)

课程导学

幂运算性质解析

梁显定

在初中《代数》第一册(下)第七章“整式的乘除”一章中,一开始就向同学们展示幂的运算性质(注:性质 B 比 A、C、D 后出现)。

$$A. a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$B. a^m \div a^n = a^{m-n} (m > n)$$

$$C. (a^m)^n = a^{mn}$$

$$D. (ab)^n = a^n b^n$$

其中 m 、 n 为正整数

幂的四条运算性质是学习整式乘除的基础,因此,同学们怎样深刻理解它的本质含义,就显得极为重要了。下面这几点是同学们应该明

白的。

一、搞清性质的来源

数学性质的产生必然依据一定的数学道理，学习时明白了其中的道理，也就知道了它的来源，这样不仅加深了对性质的理解，而且运用中也不会出错。常有同学将 $a^3 \cdot a^2$ 计算为 a^6 ，产生这个错误的一个原因就是没有正确理解性质 A 的来源。同学们应从

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{\overbrace{a \cdot a \cdot a}^m}_{m \uparrow a} \cdot \underbrace{\overbrace{a \cdot a \cdot a}^n}_{n \uparrow a} = \underbrace{\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}^{m+n}}_{(m+n) \uparrow a} = a^{m+n}$$

的推导过程去解决这个问题。这里，我建议同学们在练习本上把四个性质推演一遍，以达到加深理解的目的。

二、分清性质的条件和结论

在一个表示相等关系的性质公式中，“=”号左边的式子表示条件，“=”号右边的式子表示结论，分清性质的条件和结论是理解的重要一环，四个性质的条件和结论如下：

性质代号	条 件	结 论
A	底相同（可以为 0），指数为正整数。 $a^m \cdot a^n$ （ $m、n$ 为正整数）	底不变，指数相加： a^{m+n}
B	底相同（不为 0），指数为正整数， 被除式指数大于除式指数。 $a^m \div a^n$ （ $m、n$ 为正整数，且 $m > n$ ）	底不变，指数相减： a^{m-n}
C	幂的乘方（底可为 0）指数为正整数： $(a^m)^n$ （ $m、n$ 为正整数）	底不变，指数相乘： a^{mn}
D	积的乘方，指数为正整数： $(ab)^n$ （ n 为正整数）	分别乘方，幂相乘 $a^n b^n$

三、弄清性质公式中字母的意义

弄清字母的意义是正确理解性质的前提。性质 A、C、D 中， $a、b$ 表示任意形式的数，也可理解为单项式或多项式；性质 B 中的 a 是不为零的任意数，也可理解为值不为零的单项式或多项式。

比如，由性质 A 可知，

$x^3 \cdot x^4 = x^{3+4} = x^7$ ， $(2p+q)^3 \cdot (q+2p)^{n+1} = (2p+q)^{3+(n+1)} = (2p+q)^{n+4}$ 。这里， a 分别表示 x 和 $2p+q$ 。

再如 $(x+y)^5 \div (x+y)^3$ ，此处 $a=x+y$ ，同时要认识到这个算式中的 $x+y \neq 0$ （即 $a \neq 0$ ，才能运用性质 B 计算为：

$$(x+y)^5 \div (x+y)^3 = (x+y)^{5-3} = (x+y)^2。$$

四、明确性质公式的逆用

这四个性质都具有“双向”性，只会从左到右正向运用公式是很不够的，还必须明确从右到左的逆向运用，也只有“正”、“逆”皆备后，才能说从本质上深刻理解了公式。

比如：计算 $(-\frac{1}{50}x)^7 \cdot (100xy^2)^7$.

整体观察算式，可知它具有以下结构： $(\quad)^7 \cdot (\quad)^7$ ，再对比观察幂的底，发现系数之间有倍数关系，为此，逆向运用性质 D，比其正向运用去解方便得多。

下面给出的基础填空题，是为同学们进一步正确、全面理解幂的运算性质而设计的（有的题的填空答案不是唯一的）。

填空：

- $(1)a^7 \cdot a^5 = \underline{\hspace{2cm}}$,
 - $(2)a^{10} \div a^2 = \underline{\hspace{2cm}}$,
 - $(3)(a^3)^4 = \underline{\hspace{2cm}}$,
 - $(4)(a^2b)^8 = \underline{\hspace{2cm}}$.
- $(1)a^7(\quad) = a^{12}$,
 - $(2)a^{10} \div (\quad) = a^5$,
 - $(3)(\quad)(\quad) = a^{12}$,
 - $(4)(\quad)(\quad) = a^{16}b^8$.
- $(1)a^{12} = a^5(\quad)$,
 - $(2)a^5 = (\quad) \div a^2$,
 - $(3)a^{12} = (\quad)^4$,
 - $(4)a^{16}b^8 = (\quad)^8$.
- $(1)a^{12} = (\quad)(\quad)$,
 - $(2)a^{12} = (\quad)(\quad)$,
 - $(3)a^5 = (\quad) \div (\quad)$,
 - $(4)a^{16}b^8 = (\quad)(\quad)$.

参考答案：

- $(1)a^{12}$
 - $(2)a^8$
 - $(3)a^{12}$
 - $(4)a^{16}b^8$
- $(1)a^5$
 - $(2)a^5$
 - $(3)(a^3)^4 = (a^4)^3 = (a^6)^2 = (a^2)^6$
 - $(4)(a^8b^4)^2 = (a^4b^2)^2 = (a^2b)^8$
- $(1)a^7$
 - $(2)a^7$
 - $(3)a^3$
 - $(4)a^2b$
- 略。

怎样化简有“特别说明”的二次根式

陈志华

有“特别说明”的二次根式的化简，常见于教材的习题、中招试题和竞赛试题中，解答这类问题通常分三步进行。第一步是运用公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 把被开方数化为一个代数式的平方；第二步是根据“特别说明”得出这些代数式是正数还是负数（是非正数还是非负数）；第三步是根据公式

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a(a > 0) \\ 0(a = 0) \\ -a(a < 0) \end{cases}, \text{进行化简。下面举例说明。}$$

一、以不等式形式给出“特别说明”：

例1 化简 $|1-x| - \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ ($1.5 < x < 2.5$) .

解：因 $|1-x| - \sqrt{x^2 - 6x + 9} = |1-x| - \sqrt{(x-3)^2}$,
又 $1.5 < x < 2.5$, 故 $x > 1$, $x < 3$, $1-x < 0$, $x-3 < 0$.

$$\text{原式} = |1-x| - \sqrt{(x-3)^2} = -(1-x) - [-(x-3)] = 2x - 4 .$$

例2 化简 $\sqrt{a+2\sqrt{a-1}} - \sqrt{a-1}(a-1)$.

解：因 $a \geq 1$ ，故 $a-1 \geq 0$.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \sqrt{a-1+2\sqrt{a-1}+1} - \sqrt{a-1} \\ &= \sqrt{(\sqrt{a-1})^2 + 2\sqrt{a-1}+1} - \sqrt{a-1} \\ &= \sqrt{(\sqrt{a-1}+1)^2} - \sqrt{a-1} \\ &= \sqrt{a-1}+1 - \sqrt{a-1} = 1 \end{aligned}$$

二、在数轴上给出“特别说明”：

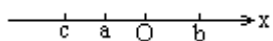
例3 已知实数 a, b, c 在数轴上的位置如图，则代数式

$\sqrt{a^2} - |a+c| + \sqrt{(c-b)^2} - |-b|$ 的值是 _____ .

解：由已知，得 $a < 0, c < a, b > 0$.

$$a+c < 0, c-b < 0 .$$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= -a - [-(a+c)] + [-(c-b)] - b \\ &= -a + a + c - c + b - b = 0 . \end{aligned}$$



三、以方程形式给出的“特别说明”：

例4 已知 $x^2 - 3x + 1 = 0$ ，则 $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}} - 2 =$ _____ .

解：由 $x^2 - 3x + 1 = 0$ ，知 $x \neq 0$. 故 $x - 3 + \frac{1}{x} = 0$ ，即 $x + \frac{1}{x} = 3$.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \sqrt{x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - 4 \\ &= \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} - 4 \\ &= \sqrt{3^2 - 4} = \sqrt{5} . \end{aligned}$$

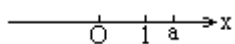
练习：

1. 计算： $\sqrt{x^2} - \sqrt{4-4x+x^2} (x < 0)$.

2. 当 $2x+1 < 0$ 时，化简 $\sqrt{4x^2-12x+9} - \sqrt{1-4x+4x^2}$.

3. 计算： $\frac{|x-3|}{x^2-5x+6} - \frac{\sqrt{(1-x)^2}}{3x-x^2-2} + \frac{3x^2-9x}{x^3-9x} (1 < x < 2)$.

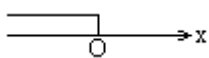
4. 实数 a 在数轴上的对应点如下图所示，则 $\sqrt{(1-a)^2} =$ _____ .



5. 如下图是关于x的不等式 $ax > 2x$ 的解集在数轴上的表示, 那

么 $\sqrt{a+2\sqrt{a-1}} - \sqrt{a-2\sqrt{a-1}}$ 的值是().

A. $2\sqrt{a-1}$ B. 2 C. a D. 1



6. 设a, b, c为 ABC三边的长, 则 $\sqrt{(a-b-c)^2} + |a+b-c|$
= _____ .

运用韦达定理解题过好第一关

赵长健

设 x_1, x_2 是方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)的两根, 如何用两根和(x_1+x_2)与两根积($x_1 \cdot x_2$), 表示某些关于 x_1, x_2 的代数式是用韦达定理解题的重要一环. 本文称之为第一关, 为过好第一关, 本文列举一些用两根和与两根积表示的一些常见的代数式.

1. 若关于 x_1 与 x_2 的代数式中的 x_1, x_2 互换后代数式的值不变, 这样的代数式叫对称式. 关于一元二次方程两根的对称式, 利用配方、因式分解等方法易用 $x_1+x_2, x_1 \cdot x_2$ 表示.

$$(1)x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 .$$

$$(2)x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) \\ = (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2] .$$

$$(3)x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2(x_1x_2)^2 \\ = [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2]^2 - 2(x_1x_2)^2 .$$

$$(4)(x_1 - x_2)^2 = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 .$$

$$(5) |x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} .$$

$$(6) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} .$$

$$(7) \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 \cdot x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2} .$$

$$(8)(x_1 + a)(x_2 + a) = x_1x_2 + a(x_1 + x_2) + a^2 .$$

$$(9) \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} .$$

2. 有些代数式不是对称式, 这些代数式有时也可利用因式分解等手段用两根和与两根积来表示.

$$(1) x_1 - x_2 = \pm \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \pm \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} .$$

$$(2) x_1^2 - x_2^2 = (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = \pm (x_1 + x_2) \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} .$$

$$(3) x_1^3 - x_2^3 = (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2)$$

$$= \pm \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} [(x_1 + x_2)^2 - x_1x_2] .$$

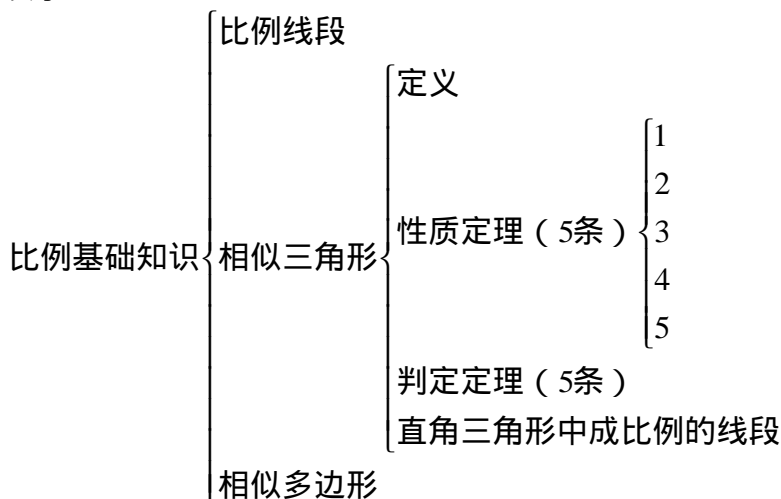
学习《相似形》三点建议

巨申文

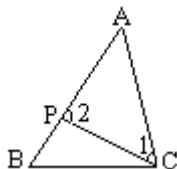
《相似形》一章有“三多”，即定理多、知识点多、解题时可选思路多“三难”，即概念、定理理解难，掌握方法难，识别综合图形难。学习时要注意以下几点：

一、建立“树枝图”，系统掌握知识

注意本章知识结构，把知识纳入知识系统之中学习，既有利于记忆，更便于理解和掌握知识。例如，对“相似三角形”单元的知识用“树枝图”表示：



例1 如图，已知 $\triangle ABC$ 中，P 是 AB 上的一点，连结 CP，满足什么条件时， $\triangle ACP$ 与 $\triangle ABC$ 相似。



分析：从图形上可以看出，两个三角形有一个公共角 $\angle A$ ，根据相似三角形判定定理，只要还有另一对对应角相等，或夹 $\angle A$ 的对应边成比例，两个三角形相似。因为 $\angle 2 > \angle B$ ， $\angle 1 < \angle ACB$ ，所以 AP 与 AB，AC 与 AC 不可能是对应边，只能是 $\angle 1 = \angle B$ 或 $\angle 2 = \angle ACB$ 。

所以，只有当 $\angle 1 = \angle B$ ，或 $\angle 2 = \angle ACB$ ，或 $AC^2 = AB \cdot AP$ 时， $\triangle ACP \sim \triangle ABC$ 。

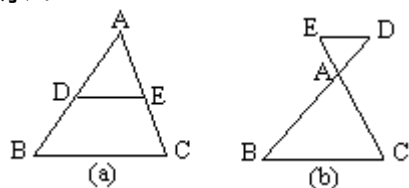
二、剖析“基本图”，深刻理解定理

综合、复杂的图形都是由一些基本图组成的，要善于把综合图形分

解成几个基本图，这样才能加深对原题的理解，本章有三个基本图。

1. 平行相似图

如图(a)、(b)所示：



隐含特征：

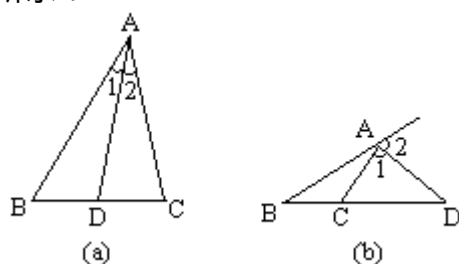
$$(1) DE \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} ; \\ \triangle ADE \sim \triangle ABC ; \end{cases}$$

$$(2) \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow DE \parallel BC ;$$

$$(3) DE \parallel BC \Rightarrow S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = DE^2 : BC^2 .$$

2. 角平分线图

如图(a)、(b)所示：



隐含特征：

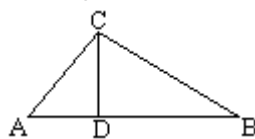
$$(1) \angle 1 = \angle 2 \Leftrightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} ;$$

$$(2) \text{图(a)中 } S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = BD : DC ;$$

$$\text{图(b)中 } S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ACD} = BC : CD .$$

3. 直角射影图

如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， CD 是高。



隐含特征：

$$(1) \angle A = \angle BCD, \quad \angle B = \angle ACD ;$$

$$(2) \triangle ACD \sim \triangle CBD \sim \triangle ABC ;$$

$$(3) CD^2 = AD \cdot BD ,$$

$$AC^2 = AD \cdot AB ,$$

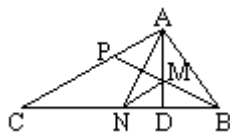
$$BC^2 = BD \cdot AB ;$$

$$(4) CD \cdot AB = AC \cdot BC ;$$

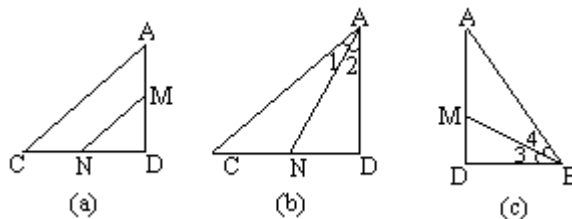
$$(5) AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$(6) \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AD}{BD} .$$

例2 如图，AD 是 Rt ABC 斜边上的高， B 的平分线交 AD 于 M，交 AC 于 P， DAC 的平分线交 BC 于 N。求证：MN AC。



分析：图中包含以下基本图。



图(a)中，要证 $MN \parallel AC$ ，需要证明 $\frac{DM}{MA} = \frac{DN}{NC}$ 。

图(b)中， $\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{CN}{ND}$ 。

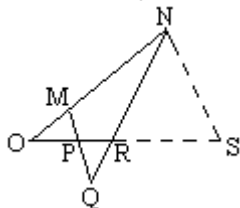
图(c)中， $\angle 3 = \angle 4 \Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AM}{MD}$ 。

要证 $\frac{DM}{MA} = \frac{DN}{NC}$ ，须证 $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{AD}$ ，这由“直角射影图4”隐含特征2可得。

有些问题，在图形不完整时，应通过辅助线补全——产生基本图，证明内角平分线性质的定理就是这样。

例3 如图， $\frac{OM}{MP} = \frac{ON}{NR}$ 。求证：PQR是等腰三角形。

分析：题设比例式中 OM、MP、ON 构成不完整的相似三角形。因此，可通过 N 作 NS MP 交 OP 的延长线于 S，这样就构成两个平行相似图。



$\triangle OMP \sim \triangle ONS \Rightarrow \frac{OM}{MP} = \frac{ON}{NS}$ 。已知 $\frac{OM}{MP} = \frac{ON}{NR}$ ，所以 $NS = NR$ 。

由 $\triangle RNS \sim \triangle RQO \Rightarrow QP = QR$ 。

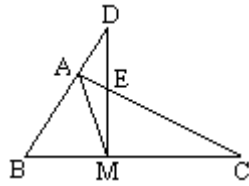
三、梳理“方法辨”，提高解题能力

本章内容以“线段成比例”为主线，以“相似三角形”为重点，对“线段成比例问题”，主要通过“平行线分线段成比例”和“相似三角形”来解决，可用定理、方法有：

- (1) 作出平行线——移比
- (2) 利用相似三角形性质
- (3) 用三角形角平分线性质的
- (4) 用射影定理（推论）

例4 如图，在 Rt ABC 中，M 为斜边 BC 的中点，DM BC 分别交 BA 的延长线和 AC 于 D、E。

求证： $AM^2 = DM \cdot EM$ 。



思路：变换结论为： $\frac{AM}{DM} = \frac{EM}{AM}$ ，根据相似三角形对应边成比例，

设想比例式中的一、三项的线段是一个三角形的两边，二、四项的线段是另一个三角形的两边。找出这对相似三角形。

方法：在 $\frac{AM}{DM} = \frac{EM}{AM}$ 中，线段AM与EM包含三个不同字母A、M、E，构成 $\triangle AME$ ；线段DM与AM同样包含三个不同字母，A、M、D，构成

$\triangle AMD$ ，如上图示：

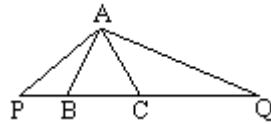
$\frac{AM}{DM} = \frac{EM}{AM} \dots \dots \dots \rightarrow \triangle AME$

$\frac{DM}{AM} = \frac{AM}{EM} \dots \dots \dots \rightarrow \triangle AMD$

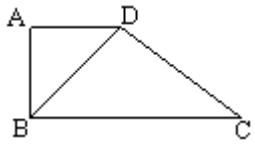
只要证 $\triangle AME \sim \triangle AMD$ 即可。

练习：

1. 如下图，P是等边 $\triangle ABC$ 的边CB的延长线上的点，Q是BC延长线上的点， $\angle PAQ = 120^\circ$ 。求证： $BC^2 = PB \cdot CQ$ 。



2. 如下图，在梯形ABCD中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，对角线BD、AC。求证： $BD^2 = AD \cdot BC$ 。



大气压强七问

马淑美

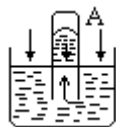
1. 怎样用事实说明大气压强的存在？

地球周围被一层厚厚的空气包围着，称为大气层。空气和其他物质一样，也有质量，也受到地球的吸引，所以受到重力的作用；空气和液体一样，也具有流动性，因而对浸在大气中的物体产生压强。

表明大气压强存在的事实很多。课本中（注：指人教版——下同）图 11—2 用橡皮碗做的模拟马德堡半球实验就是一例：当用力挤出皮碗中的空气后，由于大气压强把两个皮碗紧紧地压在一起，所以两个皮碗很难被拉开。图 11—3 中杯子倒过来后，纸片不会掉下，杯中的水不会洒出来，是由于大气压强向上托住了纸片和杯中的水。图 11—4 中，瓶子能把剥了皮的熟鸡蛋吞进去，是因为瓶中的棉花燃烧时，瓶内的空气由于热膨胀而跑出去一部分，用剥了皮的熟鸡蛋堵住瓶口后，棉花燃尽，瓶内气体冷却，压强减小，鸡蛋在外界大气压强的作用下被压进瓶中。另外，像中医用的拔火罐，用吸管吸瓶中的饮料，用钢笔吸墨水等，也都

是利用大气压强的作用。

2. 为什么说托里拆利实验中玻璃管内水银柱的压强就等于大气压强？



为了理解托里拆利实验中玻璃管内水银柱产生的压强等于大气压强，我们可以在玻璃管内取一个液片 A(如图)，让它跟管外的液面相平，液片 A 只有在受到的向上和向下的压强相等的情况下，才能静止不动。在托里拆利实验中，当水银柱不再下降时，管内外的水银都静止不动，液片 A 也静止不动。可见，这时液片 A 受到的向上和向下的压强相等。向下的压强是由管内的水银柱产生的；向上的压强等于管外水银面上的压强，即大气压强。由此可知，管内水银柱的压强等于管外的大气压强。管内的水银柱不掉下来，正是因为有大气压强支持着。

3. 托里拆利实验中，为什么玻璃管内水银面上方必须是真空？如果不是真空将会怎样？

从上面图中可以看出，管内水银面上方只有是真空，液片 A 受到的向下的压强才等于水银柱产生的压强，即水银柱的压强才等于管外的大气压强。如果水银柱上方不是真空，而有空气，那么液片 A 受到的向下压强将等于水银柱产生的压强加水银液面上气体的压强，即这时水银柱的压强将减小，水银柱将变低。在管外大气压强等于 760 毫米水银柱时，管内的水银柱将低于 760 毫米水银柱。这样测量就会有误差。

4. 我们的身体为什么没有被大气压力压坏？

大气压强约等于 10^5 帕，1 帕=1 牛/米²。一个成年人的身体表面积约为 $1.5 \sim 1.6$ 米²，由此可以算出作用在人身体表面上的压力约为 $1.5 \sim 1.6 \times 10^5$ 牛。这个力相当于 15 ~ 16 吨的钢铁重。这么大的力作用在我们身上，为什么我们感觉不到，也没有把我们压坏呢？这是因为我们吸进身体内的空气压强跟外界的大气压强相同，身体内的压强与外界的大气压强互相平衡了，就像用手从两面去压一张纸，不会把纸压破一样，所以身体不会被大气压强压坏。另外，人一直是在大气压强下生长的，身体已适应了这样的环境，所以不感到难受。

5. 760 毫米水银柱产生的大气压强为什么不等于 1 标准大气压值 1.01325×10^5 帕？

有的同学利用计算液体压强的公式 $p = \rho gh$ 算出 760 毫米水银柱产生的压强为 13.6×10^3 千克/米³ $\times 9.8$ 牛/千克 $\times 0.76$ 米 = 1.012928×10^5 帕，这个值不等于 1 标准大气压的值 1.01325×10^5 帕，不知这是为什么。原因主要是课本中给出的水银密度 13.6×10^3 千克/米³ 和 g 值 9.8 牛/千克都只有三、二位有效数字，不够精确。而 1 标准大气压等于 1.01325×10^5 帕是国际上根据一些标准值规定的。

6. 活塞式抽水机的最大提水高度是多大？离心式水泵的最大提水高度是否与活塞式抽水机相同？

活塞式抽水机是靠大气压把水压入水管中的。由于大气压强最多能支持 0.76 米的水银柱，而水的密度是水银的 $\frac{1}{13.6}$ ，根据 $p = \rho gh$ 可知

$$\rho_{\text{水银}} h_{\text{水银}} g = \rho_{\text{水}} h_{\text{水}} g,$$

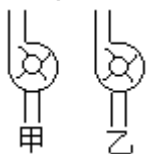
$$\frac{h_{\text{水}}}{h_{\text{水银}}} = \frac{\rho_{\text{水银}}}{\rho_{\text{水}}}, h_{\text{水}} = 13.6 \times h_{\text{水银}} = 13.6 \times h_{\text{水银}}$$

$$= 13.6 \times 0.76 \text{ 米} = 10.3 \text{ 米}.$$

就是说，大气压强最多能支持 10.3 米高的水柱。这就是活塞式抽水机的最大吸水高度。

离心泵的实际扬程（即总的提水高度）是由吸水扬程和压水扬程两部分组成的（见课本图 11—14）。其中吸水扬程是指从水面到离心泵壳的竖直距离。水是在大气压的作用下从水面压入泵壳中去的，所以吸水扬程最大不会超过 10.3 米。但进入泵壳中的水，在叶轮的高速旋转下，被甩入出水管，从出水管口流出。从泵壳到出水管口的这段竖直距离叫做离心泵的压水扬程。压水扬程的大小不受大气压的影响，可以高达十几米，甚至几十米。

7. 离心泵中叶片的方向应是图中的哪个？



有的同学认为课本图 11—13 中离心泵叶片的方向画错了，应该改为图甲那样，实际上这种认识是错误的。离心泵是靠叶片高速旋转，水随着做离心运动，被向外甩并压入出水管的。叶片的方向如果像图甲那样，叶片兜水，不利于叶片旋转，对水的离心作用就小，因此是不对的。叶片方向应像图乙那样才对。

如何理解力的相互性

苏万常

学生：物体间力的作用总是相互的吗？

老师：是的。在发生力的作用的两个物体之间总是同时存在着相互作用的两个力。例如，手打桌子，手对桌子施加力的作用，同时桌子对手也施加了力的作用。前者手是施力体，桌子是受力体；后者桌子是施力体，手是受力体。可见，两个物体互为施力体与受力体，在它们之间总是存在着一对相互依存的力。

学生：“在用手打桌子时，手施于桌子的力在先，桌子对手的力在后”。这种说法对吗？

老师：不对。就发生相互作用的手和桌了来说，是有主动和被动之分，但施力和受力在时间上却没有先后之分，绝不存在先施力而后受力的情况。实际上，物体间互相作用的这两个力总是同时发生、同时消失的。

学生：熟了的苹果会落向地面，这是由于地球对苹果有引力作用，根据“物体间力的作用是相互的”可知，苹果对地球也应有引力作用。这种认识对吗？

老师：对的。

学生：为什么我们只看见苹果被吸引落向地面而没有看到地球向上

运动来碰苹果呢？是不是地球对苹果的引力大于苹果对地球的引力？

老师：不对。事实上，物体间相互作用的两力不论在什么情况下总存在大小相等、方向相反且在同一直线上的关系。不过，由于地球的质量（ 6×10^{24} 千克）比苹果的质量（约为 0.1 千克）大得多，在同样大的引力作用下，苹果的运动状态很容易改变（加速落向地面），而地球的运动状态很难改变。到了高中，同学经过计算就会知道，对于质量为 0.1 千克的苹果，它受到的引力大小是 0.98 牛，在这个引力作用下，地球向苹果运动 1 厘米需要 3.5×10^{11} 秒（合 1.1×10^4 年），而苹果向地球落下 1 厘米仅需 0.045 秒。可见，虽然地球和苹果都在相互向对方运动，我们只看见苹果很快落到地面，而在苹果落到地面这样短的时间内，地球几乎没有动。

学生：相互作用的两力既然大小相等、方向相反且在同一直线上，它们的作用效果能相互抵消吗？

老师：不能。因为相互作用的两力是分别作用在两个物体上的。手打桌子，其作用效果可能把桌子打坏（发生形变）；桌子打手，其作用效果是把手打痛（发生形变）。这怎么能抵消呢？实际上，能抵消的两力一定是作用在同一物体上的平衡力，这一点一定要分清。

学生：放在桌子上的书受到支持力、重力，而桌面受到压力。在这几个力中，哪两个力是相互作用力？哪两个力是平衡力？

老师：分析相互作用力和平衡力要特别注意两力是作用在两个不同的物体上或作用在同一物体上。本题中，“压力”和“支持力”大小相等、方向相反，分别作用在两个物体（桌面、书）上，它们是一对相互作用力；而“重力”和“支持力”大小相等、方向相反，都作用在同一物体（书）上，它们是一对平衡力。

催化剂十问

华培德

1. KClO_3 分解制 O_2 ，为什么加入一些 MnO_2 ？

因为 MnO_2 对 KClO_3 的分解有催化作用，使 KClO_3 能在较低的温度下迅速分解放出 O_2 ，所以要加入少量的 MnO_2 。

2. 不加入 MnO_2 ，只给 KClO_3 加热，能制得 O_2 吗？

纯 KClO_3 要加热到 356 才熔化，继续加热到 400 以上才开始缓慢地分解放出 O_2 ，只给 KClO_3 加热也可以制得 O_2 ，不过分解速度慢些。

3. 加热 MnO_2 可以制得 O_2 吗？

MnO_2 在加热到 535 时也会放出 O_2 ，但用酒精灯加热一般不会有 O_2 放出。

4. 催化剂定义为什么要强调“在化学反应前后……”，怎样理解这个前提？

催化剂在化学反应过程中是参加反应的（这方面比较复杂），但从化学反应前后来看，催化剂的质量和化学性质都没有改变，所以必须强调“在化学反应前后”这个前提。

5. KClO_3 受热分解制 O_2 ，除 MnO_2 可以作为其催化剂外，有没有

其他物质也可以作为这个反应的催化剂？

这个反应，催化剂不是唯一的，除 MnO_2 外，还可用氧化铁、氧化铜、氧化镁、氧化铬、褐色细砂、粘土等作催化剂，但它们的催化能力都不如 MnO_2 ，选用 MnO_2 只不过是“择优录用”罢了。

6. 催化剂的定义可以概括其要点为“一变，两不变”。

“一变”即改变其他物质的化学反应速度，“两不变”是指质量和化学性质都没有改变。

7. MnO_2 在任何化学反应中，都能作为催化剂吗？

不一定。 MnO_2 在“ $2\text{KClO}_3 \xrightarrow[\Delta]{\text{MnO}_2} 2\text{KCl} + 3\text{O}_2 \uparrow$ ”中是催化剂，在 $2\text{KMnO}_4 \xrightarrow{\Delta} \text{K}_2\text{MnO}_4 + \text{MnO}_2 + \text{O}_2$ 中是生成物，不是催化剂，又如在化学反应“ $\text{MnO}_2 + 4\text{HCl}(\text{浓}) \xrightarrow{\Delta} \text{MnCl}_2 + \text{Cl}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$ ”中， MnO_2 是反应物，也是氧化剂，但不是催化剂。

8. 催化剂定义中为什么不说成“加快其他物质化学反应速度”而说成“改变其他物质的化学反应速度”？

MnO_2 在 KClO_3 分解制 O_2 的实验中加快了化学反应速度。在化工生产中，如果使用的催化剂在化学反应中能够加快其他物质的化学反应速度，这样的催化剂叫正催化剂，然而从辩证角度来看，世界上的事物，并不都是越快越好，有的化学反应速度很快，不易操作需要控制，有的反应对人的生活具有破坏作用，为了减慢其反应速度，也需添加催化剂，这样的催化剂叫负催化剂，如为了延长使用寿命，橡胶塑料制品中加入的防老化剂，又如为防食油变质，常加入的防酸败剂等，所以说催化剂定义中不能说成“加快”，同样也不能说成“减慢”，只能说成“改变”。

9. 将 KClO_3 和 MnO_2 混合共热制 O_2 ，是不是催化剂 MnO_2 的质量越多，效果越好？

也不一定。 KClO_3 的分解速度虽然与 MnO_2 的用量有关，但当 KClO_3 和 MnO_2 的质量比按 3 : 1 混合时分解速度最快，为了便于操作，同学们实验时选 6 : 1 较好。

10. 用 KClO_3 和 KMnO_4 混合加热，制得的 O_2 又多又快， KMnO_4 是这个反应的催化剂吗？

不是。因为 KMnO_4 受热先分解（ $2\text{KMnO}_4 \xrightarrow{\Delta} \text{K}_2\text{MnO}_4 + \text{MnO}_2 + \text{O}_2$ ），得到一些 O_2 ，同时生成 MnO_2 ，而 MnO_2 立即对受热的 KClO_3 起催化作用，加快了 KClO_3 的分解。

初中《化学》第三章问答

杨德光

1. 为什么要保护水资源？

答：水与人类、动植物的生存、发展密切相关，它不仅是动植物体的组成成分，而且在其生理活动中也起着重要作用。随着工业发展和社会进步，人类对水的需求量不断增加。虽然水在地球上分布很广，但可供人类利用的地面淡水不到总水量的 1%。十分短缺的水资源，加之工业

“三废”对水源的污染，日益困扰经济的发展，损害人类的健康。因此，必须采取各种措施来预防和消除对水源的污染，保护和改善水质。

2. 实验室制取氢气应注意什么？

答：实验室制取氢气应注意：(1)用简易装置制 H_2 ，长颈漏斗的下端管口要插到液面下，防止生成的 H_2 从长颈漏斗中逸出。(2)一般不用盐酸和锌反应制取氢气，由于其反应过程中常有 HCl 气体逸出（盐酸浓度越大逸出的 HCl 气体越多），使收集到的 H_2 中混有 HCl 而不纯。(3)排水法比向下排空气法收集的 H_2 较纯。(4)由于氢气的密度比空气的密度小，所以集满氢气的集气瓶要盖上玻璃片倒放在桌面上。

3. 置换反应与化合反应、分解反应有哪些区别？

答：置换反应与化合反应、分解反应的区别可列表比较如下：

	化合反应	分解反应	置换反应
通式	$A+B \rightarrow AB$	$AB \rightarrow A+B$	$A+BC \rightarrow AC+B$
反应物	两种或两种以上单质或化合物	一种化合物	一种单质，一种化合物
生成物	一种化合物	两种或两种以上单质或化合物	一种单质，一种化合物

4. 点燃氢气前为什么必须检验氢气的纯度？

答：因为纯净的氢气燃烧时，氢分子只在导管口跟氧分子接触并发生反应，那里氢分子少，接触的氧分子也少，所以，产生的热量也小，而且很快就散失在空气中，因而能安静的燃烧；当氢和氧（或空气）混合后，大量氢分子跟氧分子充分接触，点燃后二者迅速反应，在极短的时间内放出大量的热，气体体积在有限空间内急剧膨胀而发生爆炸。实验测定氢气的爆炸极限为 4%~74.2%（空气中氢气的含量）。故点燃氢气前必须检验氢气的纯度。

5. 氢气还原氧化铜实验应注意什么？

答：氢气还原氧化铜实验应注意：(1)为防止水珠倒流导致试管破裂，试管口必须稍向下倾斜。(2)氧化铜粉末要斜铺试管底部（增大受热面积，加快反应速度）。(3)为便于排尽空气，导气管必须紧靠试管上壁并接近底部。(4)实验前要检验氢气的纯度。(5)先通一会氢气（排尽试管内空气）再加热，实验完毕后，为防止新生成的铜重新被氧化，必须在停止加热后继续通氢气，直到试管冷却。

6. 怎样从原子结构示意图看元素性质？

答：元素的性质特别是化学性质，跟它的原子的最外层电子数目关系非常密切。从原子结构示意图看，最外层有 8 个电子（氦有 2 个）的稀有气体元素，化学性质比较稳定，一般不跟其他物质发生反应。而最外层不足 8 个电子的元素，一般容易发生化学反应，在反应中通过得失电子转化为阴阳离子形成离子化合物或组成共用电子对形成共价化合物，最终达到最外层有 8 个电子（最外层是第一层时有 2 个电子）的稳定结构。

7. 怎样理解化合价的概念？

答：理解化合价的概念应注意：(1)化合价的本质是指该元素的一个原子跟其他元素的原子相化合时得失电子或共用电子对的数目。(2)化合价是元素在形成化合物时表现出来的一种性质，故单质里元素的化合价为零。(3)元素之间相互化合时，其原子个数比有确定的数值。如钠跟氯反应生成氯化钠，原子个数比为1:1；氢跟氧反应生成水，原子个数比为2:1。(4)化合价有正负之分。在任何化合物中各元素正负化合价的代数和为零。(5)同一种元素在形成不同化合物时，化合价有可能不同。如铁在FeO中显+2价，在Fe₂O₃中显+3价，在Fe₃O₄中既显+2价又显+3价。

铁的主要性质阐释

李维先

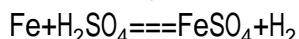
1. 单质铁与合金

铁在纯净时为银白色，但一般总含有杂质而呈现黑灰或蓝灰色的金属光泽，人们又称它为黑色金属。铁的熔点为1535℃，密度为7.86克/厘米³，硬度大，机械性能好，而且它具有铁磁性，纯铁感磁和失磁都很迅速。若铁里含有杂质，对它的性能影响极大，故常制成各种铁合金。铁合金性能各有所长。如熟铁可焊接，易延展，它含碳在0.03%以下；生铁含碳2%~4.3%之间，质硬、脆，不可煅焊，但铸造性能好，又称为铸铁；含碳在0.03%~2%之间称为钢，钢硬、坚，有弹性且能热处理。钢中加入其他元素，可制成合金钢。所以，铁及其合金是世界上产量最大而应用最广的金属。

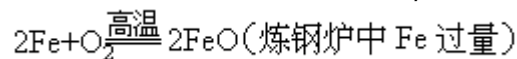
2. 铁的化学性质

铁是一种比较活泼的金属，它在纯度较高时有极强的抗蚀性，含有杂质时易生锈。在它的原子结构中，最外层电子活动性比较大，常常易失去电子，呈还原性，当它失去2个电子时，显+2价，当它失去3个电子时，显+3价，铁是一种特殊的变价金属。

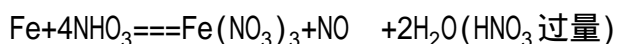
(1)当铁与较弱氧化剂(如：盐酸、稀硫酸、硫等)反应时，易被氧化成亚铁离子，如： $\text{Fe} + \text{S} \xrightarrow{\Delta} \text{FeS}$



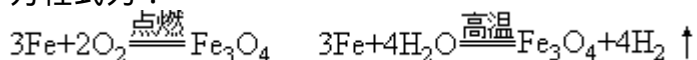
另外，反应中如果先有+3价铁的化合物生成时，若有过量的铁存在，会与其反应生成+2价铁的化合物，如：



(2)当铁与强氧化剂(如Cl₂、Br₂、HNO₂等)反应时，易被氧化成铁离子，如： $2\text{Fe} + 3\text{Cl}_2 \rightleftharpoons 2\text{FeCl}_3$



但是Fe在氧气中燃烧时，火星四射，生成物是黑色的Fe₃O₄，Fe与水蒸气在高温下反应生成H₂和Fe₃O₄，Fe₃O₄可视为其中有Fe₂O₃和FeO，化学方程式为：



此外，铁与碳也可反应，不过它的反应较特殊，碳能溶于熔融的铁

液内，并发生反应，生成碳化三铁。即：



浅谈溶液的 pH 值

崔高虎

1. pH 值是溶液酸碱度的表示法

溶液的酸碱性是指溶液呈酸性还是呈碱性，是对溶液的一种定性描述，可由酸碱指示剂测定出来。如盐酸和醋酸均为酸性溶液，它们都能使紫色石蕊试液变成红色，但是同浓度的盐酸和醋酸，哪个酸性强一些，常通过测定它们的 pH 值来确定。

2. pH 值的大小与溶液酸碱性的关系

pH 值的取值范围通常在 0~14 之间，可以是整数，也可以是小数。

(1) pH 值=7 时，溶液呈中性；pH 值 < 7 时，溶液呈酸性；pH 值 > 7 时，溶液呈碱性。

(2) pH 值越小，溶液的酸性越强；pH 值越大，溶液的碱性越强。

(3) 要使 pH 值小于 7 的溶液 pH 值升高，可向溶液中加入适量的碱溶液；要使 pH 值大于 7 的溶液 pH 值降低，可向溶液中加入适量的酸溶液，这是利用了中和反应的原理。

3. 酸、碱、盐溶液与 pH 值

(1) 酸的水溶液一定显酸性，其溶液的 pH 值一定小于 7。pH 值小于 7 的溶液只能说明溶液是酸性的，但不一定是酸的溶液。如 NaHSO_4 的水溶液，pH 值 < 7，溶液呈酸性，但它属于盐溶液。

(2) 碱的水溶液一定显碱性，其溶液的 pH 值一定大于 7。pH 值大于 7 的溶液只能说明溶液是碱性的，但不一定是碱的溶液。如 NaHCO_3 的水溶液，pH 值 > 7，溶液呈碱性，但它属于盐溶液。

(3) 盐溶液的酸碱性较为复杂，初中阶段只要知道 NaCl 溶液呈中性，pH 值=7；纯碱(Na_2CO_3)溶液呈碱性，pH 值 > 7 就行了。

4. pH 值的简单测定

测定 pH 值的最简便方法是使用 pH 试纸，这种试纸在不同酸碱度的溶液里，会显示出不同的颜色。测定时，把待测溶液滴在 pH 试纸上，然后把试纸显示的颜色跟标准比色卡对照，便可知道溶液的 pH 值。

碳及其化合物疑难解析

周雪芳

1. 金刚石和石墨的性质有何异同？

金刚石和石墨都是由碳元素组成的单质。由于在金刚石和石墨里碳原子的排列不同，它们的物理性质有较大的差异，但化学性质相同。

	金刚石	石墨
外观	无色透明正八面体状晶体	深灰色鳞状晶体
光泽	加工琢磨后有夺目光泽	略有金属光泽
硬度	最硬	软
导电性	无	良好
导热性	无	良好
与 O ₂ 反应	都生成唯一产物 CO ₂	

2. 实验室制 CO₂ 时，为何不选用以下各组物质：

- (1) 石灰石和稀硫酸；(2) 石灰石和浓盐酸；
(3) 碳酸钠和稀硫酸；(4) 木炭和氧气。

(1) 稀硫酸虽然能与石灰石作用生成 CO₂，但由于生成物 CaSO₄ 微溶于水，它会沉附在 CaCO₃ 的表面，妨碍稀硫酸与 CaCO₃ 的接触，致使反应进行得很缓慢甚至停止，难以收集到 CO₂ 气体，所以实验室不用稀硫酸与石灰石反应制 CO₂ 气体；(2) 浓盐酸是一种挥发性酸，用它来制取 CO₂，常会混入较多的 HCl 气体而使制得的 CO₂ 不纯，因此不宜选用；(3) Na₂CO₃ 和稀硫酸可迅速反应，放出大量的 CO₂ 气体，此反应速度太快，不容易控制，也不便于实验操作，所以也不适宜实验室制 CO₂；(4) 木炭和氧气反应虽然可生成 CO₂，但这个反应不好控制且生成的气体难以收集，所以不能用于实验室制 CO₂。

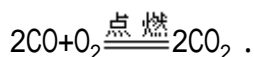
3. CO 和 CO₂ 的性质差异，它们都是由碳元素和氧元素组成的化合物，但性质却不相同。

	CO	CO ₂
密度	比空气略小	比空气大
水溶性	难溶于水	能溶于水
还原性	有	无
可燃性	有	无
氧化性	无	有
毒性	有	无
与澄清石灰水的作用	不能	能使澄清石灰水变浑浊
与紫色石蕊试液的作用	不能	能使紫色石蕊试液变红

4. 碳及其化合物在一定条件下的转化

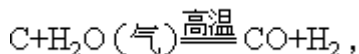
(1) 冬天用煤炉取暖时，煤炉里发生了哪些化学反应？

我们知道，煤的主要成分是碳，当充足的空气从底部进入炉膛后，煤炉底部发生反应： $C + O_2 \xrightarrow{\text{高温}} CO_2$ ；炉中温度较高，产生的 CO₂ 向上扩散，在上层发生反应： $C + CO_2 \xrightarrow{\text{高温}} 2CO$ ；产生的 CO 气体在炉口与大量空气接触并燃烧：

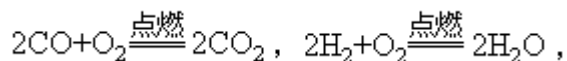


(2)用煤炉烧水，水开后常常会溢出来，少量的水洒在通红的煤上，火不但不熄灭，反而燃烧更旺，为什么？

因为少量的水与高温下的碳反应，生成水煤气：

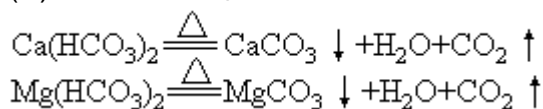


水煤气极易燃烧，发生如下反应：

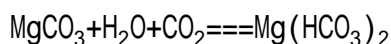
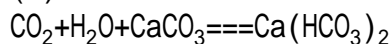


所以，燃烧更旺。

(3)水壶用久了，里面会形成一层水垢。原因是：

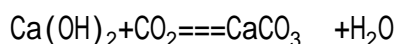
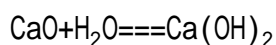


(4)滴水穿石的化学原理：



(5)明朝抗元英雄于谦，12岁时写下了著名的诗句《石灰吟》：千锤百凿出深山，烈火焚烧只等闲。粉骨碎身浑不怕，要留清白在人间。

这首诗涉及到三个化学反应：



理解与运用

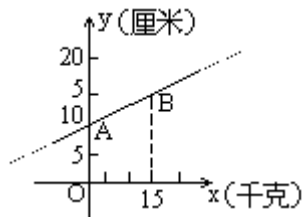
一次函数的图象问题

衣坤

初中《代数》第四册中对一次函数图象的定义是：“一般地，一次函数 $y=kx+b$ 的图象是经过点 $(0, b)$ 且平行于直线 $y=kx$ 的一条直线。”这一定义中，“一般地”三字是很重要的，实际上有些解析式是一次函数形式，由于受自变量取值的限制，其图象并非都是直线，归纳起来可分为三种情况。

一、图象是线段

例 1 一根弹簧的原长是 12 厘米，它挂的重量不能超 15 千克，并且每挂重 1 千克就伸长 $\frac{1}{2}$ 厘米，写出挂重后的弹簧长度 y （厘米）与挂 x （千克）之间的函数关系式，并且画出它的图象。



解：据题意，得 y 与 x 之间的函数关系式为

$$y = \frac{1}{2}x + 12 (0 \leq x \leq 15).$$

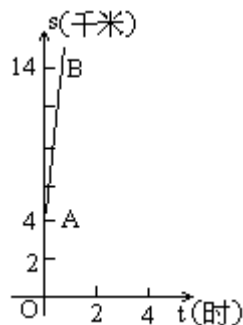
此函数为一次函数，作出函数 $y = \frac{1}{2}x + 12$ 的图象，取点 $A(0, 12)$ 与 $B(15, 19.5)$.

$y = \frac{1}{2}x + 12 (0 \leq x \leq 15)$ 的图象是线段 AB .

注意，函数 $y = \frac{1}{2}x + 12$ 与函数 $y = \frac{1}{2}x + 12 (0 \leq x \leq 15)$ 不是同一个函数，因为它们的自变量取值范围不同 .

二、图象是射线

例 2 汽车离开 A 站 4 千米后，以 40 千米/时的平均速度前进了 t 小时，求汽车离开 A 站的距离 S (千米) 与时间 t (时) 之间的函数关系式，并画出其图象 .



解：据题意，得 $S = 40t + 4 (t \geq 0)$. 作一次函数 $S = 40t + 4$ 的图象 .

取 $A(0, 4)$ 和 $B(\frac{1}{4}, 14)$ 两点，函数 $S = 40t + 4 (t \geq 0)$ 图象应为射线 A

B .

三、图象是一直线上的某些间断点

例 3 小明用 3 元钱为同学买笔芯，每个笔芯 0.25 元，写出笔芯个数 x 与所剩人民币 y (元) 间的函数关系式，并画出图象 .

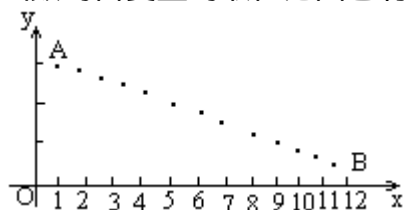
解：据题意，得 y 与 x 间的函数关系式为 $y = 3 - 0.25x (0 \leq x \leq 12, x \text{ 为整数} .)$

函数 $y = 3 - 0.25x$ 的图象为过 $A(0, 3)$ 和 $B(4, 2)$ 两点的一条直线，函数 $y = 3 - 0.25x (0 \leq x \leq 12, x \text{ 为整数} .)$ 的图象是线段 AB 上的 13 个间断点 (如图) .

列表：

x	0	1	2	12
y	3	2.75	2.5	0

所给出的三种函数自变量的取值范围都有特殊限制，事实上一般的一次函数的自变量的取值范围也有限制，就是 x 的取值范围是全体实数。



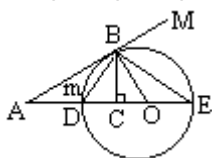
展示一个内涵丰富的几何图形

刘应平

判定一个图形功能的大小，关键看这个图是否蕴含着众多的数学思想、方法及其内容，并以此能解决众多的数学问题。本文正是基于这一点，为同学们展示一个将众多几何定理、性质汇集于一体的几何图形。

一、图形的结构

如图：AM 与 $\odot O$ 相切于点 B，AE 过圆心 O 交 $\odot O$ 于 D、E，BC \perp AE，连结 BD，BO，BE，则构成了如图所示的几何图形。



二、图形的功能

根据图形的结构特征，它容纳了初中几何课本中的八个定理：

1. 勾股定理

图中一共涉及到六个直角三角形，即： $Rt \triangle ACB$ ， $Rt \triangle DCB$ ， $Rt \triangle BCO$ ， $Rt \triangle BCE$ ， $Rt \triangle ABO$ ， $Rt \triangle DBE$ ，其两直角边的平方和等于斜边的平方。

2. 直角三角形的性质定理

在 $Rt \triangle DBE$ 中，BO 是斜边 DE 的中线，则 $BO = \frac{1}{2} DE$ 。

3. 射影定理和相交弦定理

图中符合射影定理条件的三角形有两个： $Rt \triangle ABO$ ， $Rt \triangle DBE$ ，BC 是两直角三角形斜边上的公共高，则有： $AB^2 = AC \cdot AO$ ， $OB^2 = OC \cdot OA$ ， $BC^2 = AC \cdot OC$ ； $BD^2 = DC \cdot DE$ ， $BE^2 = CE \cdot DE$ ， $BC^2 = DC \cdot CE$ 。其中， $BC^2 = DC \cdot CE$ 正好体现了相交弦定理的推论。

4. 三角形角平分线的性质定理

在 $Rt \triangle ACB$ 中，可证明 BD、BE 分别是 $\triangle ABC$ 中 $\angle ABC$ 的内角、外角平分线。

AM 与 $\odot O$ 相切于点 B，

$$\angle ABD = \angle E$$

又 $Rt \triangle DCB \sim Rt \triangle DBE$ ，

$$\angle DBC = \angle E$$

$$\angle ABD = \angle DBC$$

即 BD 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle ABC$ 的内角平分线。

同理可证 BE 是 $\triangle ABC$ 的外角平分线。

这样便有 $\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{CE} = \frac{AB}{AC}$.

5. 切线的性质定理

定理：如图，若 D、E 分别是 Rt $\triangle ABC$ 一锐角 $\angle C$ 的内分点和外分点，则以 D、E 为直径的圆一定与 $\triangle ABC$ 的边 AB 相切于点 B .

证明：如图，因 BD、BE 分别是 $\triangle ABC$ 内、外角平分线，故 $\angle DBE = 90^\circ$.

依据直径所对的圆周角是直角，知 DE 为直径的圆一定经过点 B .

又 $OB = OD$,

$$\angle OBD = \angle ODB .$$

而 $\angle ABD = \angle DBC$,

$$\angle OBA = \angle ABD + \angle OBD = \angle DBC + \angle ODB = 90^\circ .$$

AB 与 $\odot O$ 相切于点 B .

6. 切线的判定定理 .

定理：如图，若 D、E 分别是 Rt $\triangle ABC$ 一锐角 $\angle C$ 的内分点和外分点，则以 C、E 为直径的圆一定与 $\triangle ABC$ 的边 AB 相切于点 B .

证明：如图，因 BD、BE 分别是 $\triangle ABC$ 的内、外角平分线，故 $\angle DBE = 90^\circ$.

依据直径所对的圆周角是直角，知 D、E 为直径的圆一定经过点 B .

又 $OB = OD$,

$$\angle OBD = \angle ODB .$$

而 $\angle ABD = \angle DBC$,

$$\angle OBA = \angle ABD + \angle OBD = \angle DBC + \angle ODB = 90^\circ .$$

AB 与 $\odot O$ 相切于点 B .

7. 弦切角定理

图中 AM 是 $\odot O$ 的切线，BD 是 $\odot O$ 的弦， \widehat{BmD} 是弦切角 $\angle ABD$ 所夹的弧， $\angle BED$ 是 \widehat{BmD} 所对的圆周角，则有 $\angle ABD = \angle BED$. 同理 $\angle MBE = \angle BDE$.

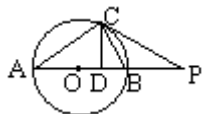
8. 切割线定理

点 A 是 $\odot O$ 外一点，AM 是切线，B 是切点，AE 是割线，点 D、E 是它与 $\odot O$ 的交点，则 $AB^2 = AD \cdot AE$.

三、与图形有关的中招试题

正是基于这样一个丰富多彩的几何图形，近几年的中招试题已从不同的侧面考查了这个图形 . 下面列举几题，同学们不妨从图形的功能中得到这些试题的解法或证法 .

1. 如图，已知：PBA 为过圆心的割线，PC 为 $\odot O$ 的切线，C 为切点；CD \perp AP，连结 CB .

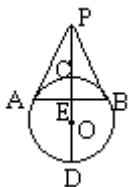


求证：(1) $\angle DCB = \angle PCB$; (2) $PA \cdot BD = PC \cdot CD$.

2. 如图，AB 是半圆的直径，O 是圆心，C 是 AB 延长线一点，CD 切半圆于 D，DE \perp AB 于 E . 已知 $AE \cdot EB = 4$, $CD = 2$, 求 BC 的长 .



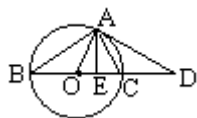
3. 已知：如图，割线 PCD 过圆心 O， $PD=3PC$ ，PA、PB 是圆的切线， $\angle APB=60^\circ$ ， $PA=4\sqrt{3}$ ，AB 与 PD 交于点 E。



求：(1) PC 的长；

(2) 弓形 ACB 的面积（计算结果保留根号和 π ）。

4. 如图，AD 切 $\odot O$ 于点 A，BD 经过圆心 O，AE \perp BD 于 E。根据图形把线段成比例的式子写出 10 个（一个比例式和由它变形得出的比例式，仅按一个式子计分）。



切点三角形

张卫

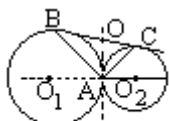


图 1

如图 1， O_1 和 O_2 外切于点 A，BC 是 O_1 和 O_2 的公切线，B、C 为切点。我们不妨把 $\triangle ABC$ 叫做“切点三角形”（见《几何》第三册第 144 页例 4）。对这一基本图形进行深入挖掘，可以得到如下重要性质：

1. 切点三角形是以公切点 A 为直角顶点的直角三角形；
2. 内公切线 AO 平分外公切线长 BC；
3. 切点三角形的斜边 BC 是两圆直径的比例中项；
4. 切点三角形的两直角边与两圆连心线所夹锐角等于该直角边的对角。

性质 1、性质 2、性质 4 易证，略去。现给出性质 3 的简证。

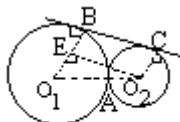


图 2

证明：作如图 2 所示辅助线，设 O_1 、 O_2 的半径分别为 R、r (R > r)，则在 Rt $\triangle O_1O_2E$ 中，

$$BC = O_2E = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1E^2} = \sqrt{(R+r)^2 - (R-r)^2} = \sqrt{4Rr}.$$

故 $BC^2 = 2R \cdot 2r$

即 BC 为两圆直径的比例中项。

近年来的许多中考题都与切点三角形有关，利用切点三角形的几个重要性质，可以较简捷地处理这类问题。

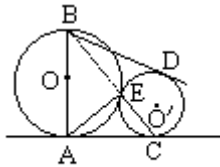


图 3

例 1 如图 3， O 与 O' 外切于点 E ， AC 是外公切线， A 、 C 是切点， AB 是 O 的直径， BD 是 O' 的切线， D 为切点。求证：(1) $AE = CE$ ；(2) $AB = BD$ 。

证明：(1) 由性质 1，知 $AE = CE$ 。

(2) 连结 BE ，易知 B 、 E 、 C 在同一直线上。

AB 是 O 的切线， AB 是 O 直径，

$AC \perp AB$ ， $AE \perp BC$ 。

由射影定理，知 $AB^2 = BE \cdot BC$ 。

又 BD 是 O' 的切线， BEC 为割线。

$BD^2 = BE \cdot BC$ ，

$AB^2 = BD^2$ ， $AB = BD$ 。

例 2 如图 4 矩形 $ABCD$ 的长 $BC = 25\text{cm}$ ，直径为 8cm 的 O 分别与 AB 、 AD 相切于点 E 、 F ， O' 与 O 相切于点 P ， O' 分别与 BC 、 CD 、 DA 相切于点 G 、 H 、 K 。求矩形 $ABCD$ 的宽 AB 的长。

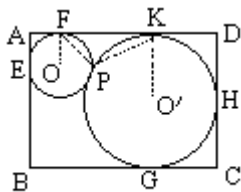


图 4

证明：连结 OF 、 PF 、 PK 、 $O'K$ 。显然 PFK 为切点三角形，由性质 3 知 FK 为两圆直径的比例中项。

设 O 的直径为 $2x\text{cm}$ ，则 $FK^2 = 8 \times 2x$ ， $FK = 4\sqrt{x}$ 。

又 $BC = AD = AF + FK + KD$ ，从而得方程

$4 + 4\sqrt{x} + x = 25$ ，即 $(\sqrt{x})^2 + 4\sqrt{x} - 21 = 0$

解得 $\sqrt{x} = 3$ 。

故 $x = 9$ 。从而 $AB = 2x = 18(\text{cm})$ 。

即矩形 $ABCD$ 的宽 AB 为 18cm 。

例 3 如图 5， O_1 与 O_2 外切于点 A ， BC 切 O_1 于 B ，切 O_2 于 C ， O_1O_2 的延长线交 O_2 于 D ，交 BC 的延长线于 P 。

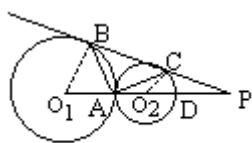


图 5

(1) 求证： $PA^2 = PC \cdot PB$ ；

(2) 若 O_1 与 O_2 的半径分别是方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的两根，求 $\triangle ABC$ 的

周长 .

证明 : (1) 由性质 4 , 知 $\angle PAC = \angle PBA$, 又 $\angle P$ 为公共角 ,

$\angle PAC = \angle PBA$.

$$\frac{PA}{PB} = \frac{PC}{PA} , \text{ 即 } PA^2 = PC \cdot PB .$$

(2) 连结 O_1B 、 O_2C .

设 $O_1B=r_1$, $O_2C=r_2$.

由性质 3 , 得 $BC^2=2r_1 \cdot 2r_2$. 又 r_1 、 r_2 分别是方程 $x^2 - 4x+3=0$ 的两根 , 故 $r_1=3$, $r_2=1$ ($r_1 > r_2$) .

$$BC^2 = 2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12 , BC = 2\sqrt{3} .$$

在 $Rt \triangle O_1BP$ 与 $Rt \triangle O_2CP$ 中 ,

$$\sin P = \frac{O_1B}{O_1P} = \frac{3}{5+PD} = \frac{O_2C}{O_2P} = \frac{1}{1+PD} .$$

解得 $PD=1$, 即 $\sin P = \frac{1}{2}$.

$P=30^\circ$, $\angle BO_1P=60^\circ$, 即 $\triangle ABO_1$ 为等边三角形 , $AB=O_1A=3$. 由性质 1 , 知 $\triangle ABC$ 为直角三角形 .

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 3^2} = \sqrt{3} .$$

故 $\triangle ABC$ 的周长为 $3 + 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3 + 3\sqrt{3}$.

长度测量题型例说

黄云堂

长度测量是初中物理中最基础的问题 . 其常见题型可归纳如下 .

1. 进行长度测量

测量某物体的长度 , 首先应根据要求选用适当的刻度尺 (测量时并不是越精确越好 , 而是只要能满足实际要求就行) , 并且明确刻度尺零刻度线位置 (要注意零刻度线是否磨损) 、最小刻度及测量范围 , 然后进行正确的测量 . 测量时刻度尺应贴近且平行被测物体 , 读数时视线应与刻度尺相垂直 . 读出数值时一般应先以最小刻度为单位读出整数部分 (即准确值) , 再估读小数点后面一位数字 (即估计值 , 注意只能是估计到小数后一位 , 估计值即使是零也要写上) , 最后记录数字并写清单位 , 这就是测量的原始记录 . 若要以其他单位记录 , 再通过单位换算得出 (注意单位由大到小换算时只能进行一位换算) ; 另外还应掌握一些测量长度的特殊方法 .

例 1 用最小刻度是厘米的米尺 , 去直接测量某物体的长度 , 以下几个记录数据中哪个是正确的 ?

- (1) 5.2 分米 (2) 52 厘米
(3) 520 毫米 (4) 0.52 米

通过对以上数据的分析可知 , 答案 520 毫米 = 52.0 厘米 , 符合题意及测量的规律 , 是正确的 .

2. 判断最小刻度

已知某物体的长度测量正确记录 , 可经过单位换算改为原始记录 ,

即保留小数点后面一位数字，则此时的单位即是测量时刻度尺的最小刻度，这样，也就知道了测量时的准确程度。

例如，用刻度尺测得某物体的长度为 1.750 米，经过单位换算后，写成 175.0 厘米，则测量该物体长度时刻度尺的最小刻度为 1 厘米，测量时的准确程度为 1 厘米。

3. 补充适当单位

若知道某物体长度的数字，要求补适当的单位，则应根据实际情况选用合适的单位，使长度的数值与实际相符合，这就要求同学们平时多积累一些生产和生活经验。

例 2 给下列数字填补单位，使之符合实际：(1)某同学身高为 1.60_____；(2)物理课本每张纸的厚度约为 75_____；(3)课桌高约为 76.5_____。

通过实际分析可知，以上数字后应补填的单位分别是：米、微米、厘米。

4. 求平均值

测量长度时，为了减小误差，通常采用多次测量取平均值的方法。这里应特别注意，参与求平均值的数值应是正确的，因而求平均值时应对已知测量数值进行分析，舍去测量错误的数值及不合理的数值，最后所取的平均值的位数应与参与求平均值的数值的位数相同，这样才能保证不失测量的原始含义。

例 3 有 6 位同学，用同一把最小刻度为 1 毫米的刻度尺测量同一物体的长度，记录的数值分别为： $L_1=1.41$ 厘米、 $L_2=1.4$ 厘米、 $L_3=1.42$ 厘米、 $L_4=1.61$ 厘米、 $L_5=1.420$ 厘米、 $L_6=1.43$ 厘米。则该物体长度最接近于多少？

通过对以上数值分析可知， L_4 是错误的， L_2 、 L_5 估计读数不合理，因此， L_4 、 L_2 、 L_5 不能参与求平均值。则该物体的长度最接近于：

$$L = \frac{L_1 + L_3 + L_6}{3} \approx 1.423 \text{ 厘米，结果应取 } 1.42 \text{ 厘米。}$$

“题眼”与解题

陈师成

俗话说：眼睛是心灵的窗户，透过眼睛可以洞察一个人的内心世界。那么，透过“题眼”，可以找出题目各物理量间的关系。所谓“题眼”，就是一道题中关键的词句（条件）；只有抓住了题目中关键的词句（条件），才能正确的理解题目的含义，从而找出解题的思路和方法。现举三例阐述“题眼”在解题中的作用，供同学们参考。

例 1 跳伞运动员在匀速下降过程中，人和伞作为一个整体（ ）。

- A. 没有受到力的作用，所以匀速运动
- B. 受到重力和阻力（空气）的作用，且重力大于阻力，所以下降
- C. 受到平衡力的作用
- D. 只受重力作用，所以下降

分析：题眼 “匀速下降”。因为匀速运动的物体受平衡力的作

用，人和伞在空中受到重力和空气阻力作用，而且是匀速下降，所以，重力和阻力是一对平衡力。答案是 C。

例 2 同一木块依次放进分别盛有煤油、水银、水的三个容器中，木块都能浮在液面上，那么()。

- A. 木块在三种液面上所受到的浮力相等
- B. 木块浮在水银面上所受到的浮力大
- C. 木块浮在煤油面上所受到的浮力小
- D. 木块浮在水面上所受到的浮力较大

分析：题眼 “都能浮在液面上”。因为物体漂浮的条件是 $F_{浮}=G_{物}$ ，所以木块在三种不同的液面上受到的浮力都等于木块的重力，即木块在三种液面上所受到的浮力相等。答案是 A。

例 3 物体在沿斜面匀速下滑的过程中()。

- A. 动能减少，势能增加
- B. 动能增加，势能减少
- C. 动能不变，势能减少
- D. 动能不变，势能增加

分析：题眼 “匀速”、“下滑”。决定运动物体动能大小的因素有两个：一是速度；二是质量。因为物体的质量没改变，而且是做匀速运动，所以物体具有的动能不变。但物体下滑，高度降低，因此势能减少。答案是 C。

通过以上的实例可以看出，所谓题眼，往往就是题目重要的条件，抓住了题目中这些关键的词句，就是抓住了物理现象的特征。希望同学们在学习过程中认真总结经验，提高自己的解题技巧。

两道浮力题的分析与实验验证

徐奉林

例 1 在一小水池中浮着一只装有石头的小船。如果把小船中的石头投入到小池水里，那么，水池里的水面()。

- A. 上升
- B. 下降
- C. 位置不变
- D. 无法知道

分析：这是一道常见的选择题。小池中的水位是否变化，怎样变化，跟小船和石头排开水的总体积 $V_{排}$ 有关。当 $V_{排}$ 变大时，水位上升；反之下降；如果 $V_{排}$ 不变，则水位也不变。

当小船中的石头和船一起浮在水面时，它们受到的浮力为

$$F_1 = G_{石} + G_{船}, \text{ 即}$$

$$\rho_{水} g V_{排} = \rho_{石} g V_{石} + G_{船}, \text{ 所以}$$

$$V_{排} = \frac{\rho_{石} g V_{石} + G_{船}}{\rho_{水} g}.$$

当把小船中的石头投入到水中后，它们受到的浮力之和

$$F_2 = F_{石} + G_{船}, \text{ 即}$$

$$\rho_{水} g V_{排} = \rho_{水} g V_{石} + G_{船}, \text{ 所以}$$

$$V_{排} = \frac{\rho_{水} g V_{石} + G_{船}}{\rho_{水} g}$$

比较 和 式，由于 $\rho_{水} < \rho_{石}$ ，有 $V_{排} < V_{排}$ 。也就是说，石头投入水池中后，总的排水量将减小，水位将下降。应选 B。

实验验证：用量筒代替小水池，用带沙的试管代替小船，按图 1 所示进行操作：

1. 在量筒中注入一定量的水。在试管中注入适量沙粒并放入系有细线的小石子。把装沙的试管放入量筒的水里，调整沙粒的多少使试管不沉入水底，如图 甲，记下水位示数。

2. 用细线把试管里的小石子提出并放入量筒的水里，记下水位的示数，如图 1—乙。比较两次水位示数就可知道水位的升降情况。

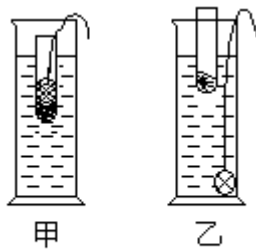


图 1

例 2 采用如图 2 所示的两种方法使同一木块恰好浸没水中：(1)在木块上方放一铁块 A；(2)在木块下方系一铁块 B。则 G_A 与 G_B 的关系是 ()。

- A. $G_A > G_B$ B. $G_A < G_B$
C. $G_A = G_B$ D. 无法确定

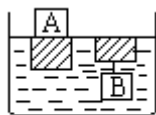


图 2

分析：当在木块上方放一铁块 A 时，由于物体整体浮在液面上，可得

$$F_{浮} = G_A + G_{木}, \text{ 所以}$$

$$G_A = F_{浮} - G_{木} = \rho_{水} g V_{木} - G_{木}.$$

当在木块下方系一铁块 B 时，由悬浮条件可知：

$$F_{浮} = G_{木} + G_B, \text{ 所以}$$

$$G_B = F_{浮} - G_{木} = \rho_{水} g (V_{木} + V_B) - G_{木}.$$

比较 和 式，由于 $\rho_{水} g (V_{木} + V_B) - G_{木} > \rho_{水} g V_{木} - G_{木}$ ，故有 $G_B > G_A$ ，即 $G_A < G_B$ ，应选 B。

实验验证：用蜡块代替木块，用橡皮泥代替铁块来增大可见度，按图 3 所示进行操作：

1. 如图 3—甲所示，把方形蜡块放入水槽的水里。在蜡块上方逐步增加橡皮泥，使蜡块恰好浸没于水中。

2. 把甲中的橡皮泥拿取做成块状, 用细线系在蜡块底下. 之后把蜡块和橡皮泥同时放入水槽里的水中, 将发现蜡块有一部分露出水面. 说明要把蜡块按图 3—乙的方法恰好浸没水中, 必须增加橡皮泥的物重, 即 $G_B > G_A$. 或者直接增加橡皮泥的物重使蜡块恰好浸入水中, 然后用天平称量, 证明 $G_B > G_A$.

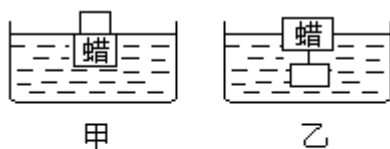


图 3

溶解度曲线及其应用

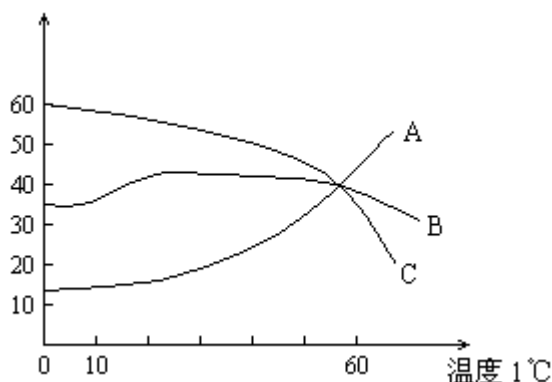
毛纯琳

溶解度曲线是反映物质溶解度随温度变化关系的曲线.

溶解度曲线上的任何一点, 表示该物质在一定温度下, 在 100 克溶剂里达到饱和状态时所溶解的克数.

溶解度曲线是由无数个点组成的. 它是物质在各对应温度时的溶解度的集合, 其对应的溶液均为饱和溶液.

溶解度曲线的应用, 有以下几方面:



1. 可以表示同一物质在不同温度时的溶解度, (如图) 20 时 A 物质的溶解度是 20 克, 40 时为 40 克.

2. 可以比较不同物质在相同温度下溶解度的大小. 如图, A、B、C 三种物质的溶解度大小顺序, 10 时为 $C > B > A$, 50 时为 $A > B > C$.

3. 可以判断物质的溶解度受温度变化影响的大小. 如图, 曲线倾斜度大, 其溶解度受温度变化影响较大; 曲线平稳, 溶解度受温度变化影响较小; 曲线下倾, 表明其溶解度随温度的升高而减小.

4. 可以判断出由不饱和溶液变为饱和溶液的方法. 如图, 假若 a 点代表 50 时 20 克 A 物质溶于 100 克水中的不饱和溶液, 欲使此溶液饱和, 由 a 点沿与纵坐标轴平行的方向向 A 的溶解度曲线趋近. 如果溶剂量不变, 主要方法有两种: (1) 当温度不变 (50) 时, 加入溶质 30 (50 - 20) 克使之饱和; (2) 若溶质质量不变 (为 20 克), 降低温度至 20 , 也可使该溶液达到饱和状态.

5. 可以确定出不同物质具有相同溶解度的某一温度. 如图, A、B、C 三种物质的溶解度曲线相交于 P 点, 说明三种物质在 P 点 (30) 时有相同的溶解度 (30 克) .

6. 可以确定出一定质量的饱和溶液在降温 (或升温后仍维持饱和状态) 时析出 (或加入) 晶体的质量. 如图, A 物质在 20 时溶解度为 20 克, 30 时溶解度为 30 克. 若将 30 时的饱和溶液 130 克降温至 20 , 则可析出 A 晶体 10 克. 同理, 若将 20 的饱和溶液 120 克升温至 30 时形成饱和溶液, 则需加入 A 晶体 10 克.

7. 可以确定混合物分离的方法. 如图, A 物质的溶解度随温度的升高而增大, 欲使 A 从其饱和溶液中析出, 应采用冷却 A 的热饱和溶液的方法. 欲使 B 物质从其饱和溶液中析出, 应采用蒸发溶剂的方法, 因 B 物质的溶解度受温度影响很小. 欲使 C 物质从其饱和溶液中析出, 应采用升温的方法, 因 C 物质的溶解度随温度的升高而减小. 欲分离 A 与 B 的混合物, 应采用先冷却热饱和溶液、再蒸发溶剂的方法.

金属活动性顺序的理解及应用

谢尚超

1. 理解

(1) 在金属活动性顺序中, 金属的位置越靠前, 在水溶液里就越容易失去电子变成离子, 它的活动性就越强; 金属的位置越靠后, 该金属的阳离子在水溶液中越比较容易获得电子.

(2) 在金属活动性顺序中, 排在氢前面的金属能置换出酸中的氢.

注意: 一般不使用非常活泼的金属 (如钾、钙、钠等) 与酸反应制取氢气. 因它们在常温下极易与酸中的水反应, 置换出水中的氢, 且反应非常剧烈.

酸应是非氧化性酸. 如盐酸、稀硫酸.

不用挥发性酸 (如浓盐酸) 制取氢气. 因为挥发性酸制得的气体不纯.

酸应是可溶性的酸, 不溶性的酸 (如硅酸) 不能与金属发生置换反应.

金属与酸反应生成的盐须溶于水, 若生成的盐不溶于水, 则生成的盐会附在金属表面, 阻碍酸与金属继续反应. 如制取氢气时不用铅与稀硫酸反应, 因生成的硫酸铅微溶于水, 会阻止反应继续进行.

(3) 排在前面的金属一般能够把排在后面的金属从它们的盐溶液里置换出来.

注意:

钾、钙、钠等活泼金属, 不能从盐溶液里置换出金属.

盐必须可溶, 因为金属与盐的反应必须在溶液中进行.

铁与盐溶液反应时生成正二价亚铁化合物.

2. 应用

(1) 根据金属活动性顺序直接判断金属的活动性强弱

例 1 下列各组金属的活动性, 符合由强到弱顺序排列的是 () .

A. Zn、Al、Mg

B. Au、Fe、Hg

C. Cu、Fe、Zn D. Ag、Zn、Mg

分析：根据金属活动性顺序，逐项分析得答案为 B。

(2) 根据化学反应判断金属的活动性强弱

例 2 X、Y、Z 三种金属的活动性，可用下列化学方程式说明：
 $Z+Y(NO_3)_2 \rightleftharpoons Z(NO_3)_2+Y$; $X+Y(NO_3)_2 \rightleftharpoons X(NO_3)_2+Y$; $Z+H_2SO_4(\text{稀}) \rightleftharpoons ZSO_4+H_2$
 $\rightleftharpoons X$ 跟稀 H_2SO_4 不发生反应。则三种金属的活动性由强到弱的顺序是

分析：由金属活动性顺序表可知：Z 排在 H 前面，X 排在 H 后面；Z 的活动性比 Y 强，X 的活动性比 Y 强，故金属活动性由强到弱的顺序应是 $Z > X > Y$ 。

(3) 根据金属活动性顺序判断反应能否发生

例 3 下列金属中，不能和稀盐酸反应，但能和硝酸汞溶液反应的是 ()。

A. Mg B. Ag C. Zn D. Cu

分析：根据金属活动性顺序，不能和稀盐酸反应的金属应排在 H 后，能和硝酸汞溶液反应的金属应排在 Hg 前面。因 Mg、Zn 排在 H 前能和稀盐酸发生反应，故 A、C 不符合题意；Cu、Ag 排在 H 后，且 Cu 又排在 Hg 之前，故答案为 D。

(4) 结合质量守恒定律求溶液质量的变化

例 4 下列各组中的两种物质，混合后过一段时间，溶液质量减少的是 ()。

A. 铁片和氯化镁溶液 B. 锌片和硫酸铜溶液
C. 铝片和稀硫酸 D. 铜片和硝酸银溶液

分析：根据金属活动性顺序，A 不发生反应，故溶液的质量无变化；B、C、D 能发生置换反应。反应后溶液质量减少，说明该金属的化合价与其原子量的比值应大于盐溶液中金属的化合价与其原子量的比值，故 B 不符合题意。C 也不合题意。正确答案选 D。

(5) 结合复分解反应规律求有哪种金属析出

例 5 在硝酸银和硝酸铜的混合溶液中，加入一定量的铁粉，充分反应后发现少量金属析出，过滤后往滤液中滴加盐酸，有白色沉淀生成，则析出的少量金属是 ()。

A. 铁和铜 B. 银 C. 铁和银 D. 铜和银

分析：由题意知，在滤液中加入盐酸，有白色沉淀生成，该沉淀是 $AgCl$ ，即说明滤液中仍有 Ag^+ 存在。根据金属活动性顺序知，铜的金属活动性比银强，因滤液中有 Ag^+ 存在，则 Cu^{2+} 就不能被还原，同时说明铁也没有剩余，故过滤出的金属只有银，答案选 B。

思路·方法·技巧

因式分解中的变换技巧

何东林

多项式的因式分解，方法较多，灵活性强，因此同学们不但要牢固

掌握课本上所介绍的四种基本方法，而且还要掌握好以下几种变换技巧。

一、符号变换

例1 分解因式 $a(x-a)+b(a-x)-c(x-a)$ 。

分析：将第二项改变符号，即把 $(a-x)$ 变为 $-(x-a)$ 后，则能运用提取公因式法分解。

$$\begin{aligned}\text{解：} & a(x-a)+b(a-x)-c(x-a) \\ & =a(x-a)-b(x-a)-c(x-a) \\ & =(x-a)(a-b-c) .\end{aligned}$$

二、指数变换

例2 分解因式 $x^{n+1}-3x^n+2x^{n-1}$ 。

分析：注意观察，容易发现，只要将第一、二项中 x 的指数变换，即把 x^{n+1} 变为 $x^{n-1} \cdot x^2$ ， x^n 变为 $x^{n-1} \cdot x$ ，即可得解。

$$\begin{aligned}\text{解：} & x^{n+1}-3x^n+2x^{n-1} \\ & =x^{n-1} \cdot x^2-3x^{n-1} \cdot x+2x^{n-1} \\ & =x^{n-1}(x^2-3x+2) \\ & =x^{n-1}(x-2)(x-1) .\end{aligned}$$

三、拆项变换

例3 分解因式 $x^2y^2-x^2-y^2-4xy+1$ 。

分析：将 $-4xy$ 拆成 $(-2xy-2xy)$ 则有公式可用。

$$\begin{aligned}\text{解：} & x^2y^2-x^2-y^2-4xy+1 \\ & =(x^2y^2-2xy+1)-(x^2+y^2+2xy) \\ & =(xy-1)^2-(x+y)^2 \\ & =(xy+x+y-1)(xy-x-y-1) .\end{aligned}$$

四、添项变换

例4 分解因式 x^4+4 。

分析：此题只须添上 $4x^2$ 和 $-4x^2$ ，即能运用公式法分解。

$$\begin{aligned}\text{解：} & x^4+4=(x^4+4x^2+4)-4x^2 \\ & =(x^2+2)^2-(2x)^2 \\ & =(x^2+2x+2)(x^2-2x+2) .\end{aligned}$$

五、换元变换

例5 分解因式 $(x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15$ 。

分析：令 $y=x^2+8x+7$ ，代入原式，可化为简单形式。

$$\begin{aligned}\text{解：} & \text{设 } y=x^2+8x+7, \text{ 则} \\ & (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15 \\ & =y(y+8)+15 \\ & =y^2+8y+15 \\ & =(y+3)(y+5) \\ & =(x^2+8x+10)(x^2+8x+12) \\ & =(x^2+8x+10)(x+6)(x+2) .\end{aligned}$$

分式是初中代数的重点内容之一，其运算综合性强，技巧性大，如果方法选取不当，不仅使解题过程复杂化，而且出错率高。下面通过例子来说明分式运算中的种种策略，供同学们学习参考。

一、分步通分

例1 化简 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x-4)}$ 。

分析：若直接通分，其公分母为 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ ，计算量很大。若逐步通分可以简化运算。

$$\begin{aligned} \text{解：原式} &= \frac{x-1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{x-2}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{1}{x-3} + \frac{1}{(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{x-3}{(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{1}{x-4} \end{aligned}$$

二、分组通分

例2 化简 $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b} - \frac{a-b}{a^2+ab+b^2} - \frac{a+b}{a^2-ab+b^2}$ 。

分析：直接通分，明显计算量较大，当注意到 $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \mp b^3$ 时，可以把四个分式分成两组相加。

$$\begin{aligned} \text{解：原式} &= \left(\frac{1}{a-b} - \frac{a-b}{a^2+ab+b^2} \right) + \left(\frac{1}{a+b} - \frac{a+b}{a^2-ab+b^2} \right) \\ &= \frac{(a^2+ab+b^2) - (a-b)^2}{a^3-b^3} + \frac{(a^2-ab+b^2) - (a+b)^2}{a^3+b^3} \\ &= \frac{3ab}{a^3-b^3} + \frac{-3ab}{a^3+b^3} \\ &= \frac{6ab^4}{a^6-b^6} \end{aligned}$$

三、化简后通分

例3 化简 $\frac{a^4+a^3b-a^2b^2-ab^3}{a^3b+ab^3+2a^2b^2} - \frac{a^3-b^3-3a^2b+3ab^2}{a^3b-b^4} \times \frac{a^3+a^2b+ab^2}{a^2-2ab+b^2}$ 。

分析：直接通分，极其繁琐，不过，各个分式并非最简分式，有化简的余地，显然，化简后再通分计算会方便许多。

$$\text{解：原式} = \frac{a(a+b)^2(a-b)}{ab(a+b)^2} - \frac{(a-b)^3}{b(a-b)(a^2+ab+b^2)} \times$$

$$\begin{aligned} & \frac{a(a^2 + ab + b^2)}{(a-b)^2} \\ &= \frac{a-b}{b} - \frac{a}{b} \\ &= -1. \end{aligned}$$

四、拆项后通分

例4 化简 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-2)(x-3)}$
 $+ \dots + \frac{1}{(x-99)(x-100)}$.

分析：各分母之间形成一种链式关系，前呼后应，现采用拆项的方法，便出现相消现象。

$$\begin{aligned} \text{解：原式} &= \frac{1}{x-1} + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} \right) + \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2} \right) \\ &+ \dots + \left(\frac{1}{x-100} - \frac{1}{x-99} \right) \\ &= \frac{1}{x-100}. \end{aligned}$$

五、分离整式后再计算

例5 化简 $1 - \frac{1}{x^2 + 7x + 6} - \frac{x^2 - 5x + 5}{x^2 - 5x + 6}$

分析：在分式 $\frac{x^2 - 5x + 5}{x^2 - 5x + 6}$ 中可以分离出整式，变成整式与分式的和，即 $\frac{x^2 - 5x + 5}{x^2 - 5x + 6} = 1 - \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$ ，再代入进行计算可以简化解题过程。

$$\begin{aligned} \text{解：原式} &= 1 - \frac{1}{x^2 + 7x + 6} - \left(1 - \frac{1}{x^2 - 5x + 6} \right) \\ &= -\frac{1}{x^2 + 7x + 6} + \frac{1}{x^2 - 5x + 6} \\ &= \frac{(x^2 + 7x + 6) - (x^2 - 5x + 6)}{(x^2 + 7x + 6)(x^2 - 5x + 6)} \\ &= \frac{12x}{(x^2 - 5x + 6)(x^2 + 7x + 6)} \end{aligned}$$

六、充分应用乘法公式

例6 化简 $\frac{a^3}{a-1} - a^2 - a - 1$

$$\begin{aligned} \text{解：原式} &= \frac{a^3}{a-1} - (a^2 + a + 1) \\ &= \frac{a^3 - (a-1)(a^2 + a + 1)}{a-1} \end{aligned}$$

$$= \frac{a^3 - (a^3 - 1)}{a - 1}$$

$$= \frac{1}{a - 1} .$$

七、取倒数

例7 化简 $\frac{x-1}{x-1 - \frac{1}{x+1 + \frac{1}{x-1}}}$

解： $\ominus \frac{x-1 - \frac{1}{x+1 + \frac{1}{x-1}}}{x-1}$

$$= \frac{x-1 - \frac{x-1}{x^2}}{x-1}$$

$$= 1 - \frac{1}{x^2}$$

$$= \frac{x^2 - 1}{x^2} ,$$

$$\text{原式} = \frac{x^2}{x^2 - 1} .$$

分式化简方法很多，这里给出七种，还望同学们在解题中不断总结归纳。

用韦达定理巧解二元二次方程组

郝志增

韦达定理是初中代数中同学们非常熟悉的一个定理。它的用途多，应用也很广。关于它的各种应用，很多书上都有专门介绍，这里不再赘述。本文仅就应用韦达定理解二元二次方程组的问题举几个例子，供同学们参考。

例1 解方程组 $\begin{cases} x + y = 3 , \\ x \cdot y = -10 . \end{cases}$

解：把 x 、 y 看作一元二次方程 $t^2 - 3t - 10 = 0$ 的两个根，解这个方程，得 $t = -2$ 或 $t = 5$ 。

故原方程组的解是： $\begin{cases} x_1 = -2 , \\ y_1 = 5 ; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 5 , \\ y_2 = -2 . \end{cases}$

例2 解方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 26 , \\ x \cdot y = 5 . \end{cases}$

解：将 式两边分别平方，得 $x^2 \cdot y^2 = 25$ 。

由 、 可知， x^2 、 y^2 是方程 $t^2 - 26t + 25 = 0$ 的两根，解这个方程得 $t = 25$ 或 $t = 1$ 。

从而可得 $\begin{cases} x^2 = 25, \\ y^2 = 1, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x^2 = 1, \\ y^2 = 25. \end{cases}$

由 $x \cdot y = 5 > 0$, 知 x, y 同号, 因此, 原方程组的解为:

$$\begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 5; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 5, \\ y_2 = 1; \end{cases} \begin{cases} x_3 = -1, \\ y_3 = -5; \end{cases} \begin{cases} x_4 = -5, \\ y_4 = -1. \end{cases}$$

这里要指出的是: 本题若不考虑 x, y 同号, 则可得到八组解, 其中四组为增解, 应考虑删去. 产生增解的原因是对 式平方时, 扩大了 x, y 的取值范围.

例3 解方程组 $\begin{cases} x + y + xy = 5, \\ xy(x + y) = 6. \end{cases}$

解: 令 $x+y=u, xy=v$, 则由 $\begin{cases} u+v=5, \\ uv=6. \end{cases}$ 故 u, v 是方程 $t^2-5t+6=0$ 的两个根.

因此, 得 $\begin{cases} u=3, \\ v=2, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} u=2, \\ v=3. \end{cases}$

当 $u=3, v=2$ 时, x, y 是 $m^2-3m+2=0$ 的两个根, 即

$$\begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 2; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = 1. \end{cases}$$

当 $u=2, v=3$ 时, 方程 $n^2-2n+3=0$ 无实根.

原方程组的解是 $\begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 2; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = 1. \end{cases}$

例4 解方程组 $\begin{cases} xy - x + y = 7, \\ xy + x - y = 13. \end{cases}$

解: $\begin{cases} - \\ + \end{cases} \div 2$, 得 $x-y=3$.

$\begin{cases} - \\ + \end{cases} \div 2$, 得 $x \cdot (-y) = -10$.

由 $\begin{cases} x-y=3, \\ x \cdot (-y) = -10. \end{cases}$ 可知, x 和 $-y$ 是 $t^2-3t-10=0$ 的两个根. 解这个方程, 得 $t=5$ 或 $t=-2$.

从而可得原方程组的解为 $\begin{cases} x_1 = 5, \\ y_1 = 2, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2 = -2, \\ y_2 = -5. \end{cases}$

本例中要注意的是, 因 $\begin{cases} - \\ + \end{cases}$ 中出现的是 $x-y$, 而只有 $x+(-y)$ 与 $x \cdot (-y)$ 才好应用韦达定理, 因此 $\begin{cases} - \\ + \end{cases}$ 中采用了 $x \cdot (-y)$.

例5 解方程组 $\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{y-1} = 5, \\ x + y = 13. \end{cases}$

解: 设 $\sqrt{x+1} = u, \sqrt{y-1} = v$, 则 $x = u^2 - 1, y = v^2 + 1$.

可化为: $u^2 + v^2 = 13$.

原方程组可化为 $\begin{cases} u^2 + v^2 = 13, \\ u + v = 5. \end{cases}$

用 $\begin{cases} u^2 + v^2 = 13, \\ u + v = 5. \end{cases}$ 的平方减去 $\begin{cases} u^2 + v^2 = 13, \\ u + v = 5. \end{cases}$, 得 $2uv = 12$, 故 $uv = 6$.

于是, 由 $u+v=5, uv=6$ 组成的方程组又可以用韦达定理来解. 解答从略, 请同学们自己完成.

由以上几例可以看出，凡是形如 $\begin{cases} x+y=u \\ x \cdot y=v \end{cases}$ 的二元二次方程组，

除常规解法外，均可利用韦达定理来解。特别是不少表面上看来不能应用韦达定理方法来解的二元二次方程组，我们可以通过适当变形，使其中一个方程是含有两个未知数的代数和等于一个常数，另一个方程是这两个未知数积等于一个常数。这样，我们就可以利用韦达定理简捷地求出它的解。

万能钥匙 判别式

张水华

判别式是初中代数里的重要概念之一，在与一元二次方程相关的问题中，它如一把万能的钥匙，可打开各种各样的锁。特别是一些难度较大的数学竞赛题，用判别式来解（证），可谓别出心裁，能收到事半功倍的效果。本文就其应用举例给以说明：

一、判断方程实根的个数

例1 如果关于 x 的方程

$mx^2-2(m+2)x+m+5=0$ ，没有实数根，那么关于 x 的方程 $(m-5)x^2-2(m+2)x+m=0$ 的实根个数为()。

A. 2 B. 1 C. 0 D. 不确定

解：由方程 无实根，知 $\Delta = 4(m+2)^2 - 4m(m+5) < 0$ ，解得 $m > 4$ 。对于方程 ，有 $\Delta = 4(m+2)^2 - 4m(m-5) = 36m + 16$ 。

由 $m > 4$ ，知 $\Delta > 0$ 。

当 $m = 5$ 时，方程 有两个不等实根。又当 $m = 5$ 时，方程为一次方程，只有一个根。故根的个数不确定。应选 D。

二、求字母参数的取值范围

例2 已知 a 为实数，且使关于 x 的二次方程 $x^2 + a^2x + a = 0$ 有实根。当 a 为何值时，该方程的根 x 取最大值？

解： a 为实数，不妨将原方程看成是关于 a 的一元二次方程 $xa^2 + a + x^2 = 0$ 有实根。

所以 $\Delta \geq 0$ ，即 $1 - 4x^3 \geq 0$ ，解得 $x \leq \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ 。

当 $x = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ 时，方程 $xa^2 + a + x^2 = 0$ 有两等根。由韦达定理得

$2a = -\frac{1}{x} = -\sqrt[3]{4}$ ，则 $a = -\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}$ 。

故当 $a = -\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}$ 时，原方程的根 x 取得最大值。

例3 若方程 $\sqrt{x-p} = x$ 有两个不相等的实数根，求实数 p 的取值范围。

解：因 $\sqrt{x-p} = x > 0$ ，故 $x-p = x^2$ 。

即 $x^2 - x + p = 0$ ($x > 0$)。

由韦达定理，知 $x_1x_2 = p > 0$ 。

因方程有两个不等实根，故 $\Delta = 1 - 4p > 0$ ，

解得 $p < \frac{1}{4}$ 。

由 $\Delta \geq 0$ ，得 p 的取值范围是 $0 < p < \frac{1}{4}$ 。

三、求最大值

例4 $y = \frac{3x^2 + 3x + 4}{x^2 + x + 1}$ 的最大值是()。

A. $4\frac{1}{3}$ B. 4 C. $3\frac{3}{4}$ D. 3

解：原等式可变为

$$(y-3)x^2 + (y-3)x + y - 4 = 0.$$

显然 $y > 3$ ，故可视上式为关于 x 的一元二次方程， $\Delta = (y-3)^2 - 4(y-3)(y-4) \geq 0$ 。

解之，得 $3 < y \leq \frac{13}{3}$ 。故选A。

四、证明等式

例5 已知实数 x 、 y 、 z 满足 $x=6-y$ ， $z^2=xy-9$ 。求证： $x=y$ 。

证明：由已知，得 $x+y=6$ ， $xy=z^2+9$ 。

x 、 y 是方程 $t^2 - 6t + z^2 + 9 = 0$ 的两实根。

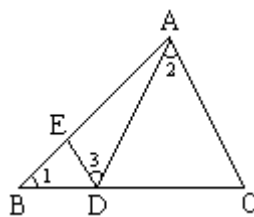
$$\Delta = 36 - 4(z^2 + 9) = -4z^2 \leq 0.$$

$z=0$ ，即 $\Delta = 0$ ，则 $x=y$ 。

五、证明不等式

例6 如图， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是边 BC 、 AB 上的点，且 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ 。如果 $\triangle ABC$ 、 $\triangle EBD$ 、 $\triangle ADC$ 的周长依次为

m 、 m_1 、 m_2 ，求证： $\frac{m_1 + m_2}{m} = \frac{5}{4}$ 。



证明：设 $BC=a$ ， $AC=b$ ， $AB=c$ 。

因为 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ ，故 $DE \parallel AC$ ， $\triangle ABC \sim \triangle EBD \sim \triangle DAC$ 。

$$\frac{DC}{b} = \frac{b}{a}, \quad \frac{ED}{b} = \frac{BD}{a} = \frac{a - DC}{a} = \frac{a^2 - b^2}{a^2}.$$

$$\text{令 } k = \frac{m_1 + m_2}{m} = \frac{ED}{b} + \frac{DC}{b}, \text{ 有 } k = \frac{a^2 - b^2}{a^2} + \frac{b}{a}.$$

将上式整理成关于 $\frac{b}{a}$ 的二次方程，得

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{b}{a}\right) + (k-1) = 0.$$

因为 $\frac{b}{a}$ 为实数，故 $\Delta = (-1)^2 - 4(k-1) \geq 0$ ，解得 $k \leq \frac{5}{4}$ ，
即 $\frac{m_1 + m_2}{m} \leq \frac{5}{4}$ 。

中线、中位线的巧用

李乃平

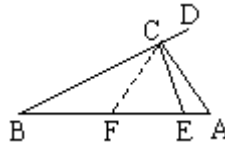
证明有些几何题，如果巧添中线、中位线能使证法明确、步骤简化，其一般规律为：

二倍线段找中点，中线可以加倍延长。

如选题设有中点，常添中线、中位线。现举几种常见的题型加以分析证明。

一、添中线证明角相等

例1 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB$ 是钝角， $CE \perp BC$ 交 AB 于 E ， $BE=2AC$ ， D 在 BC 的延长线上。



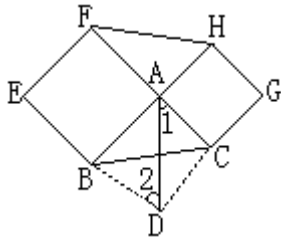
求证： $\angle ACD = 3\angle B$ 。

分析：由于 $BE=2AC$ ，应考虑取 BE 中点 F ，则 $BF=FE=FC=AC$ ， $\angle AFC = 2\angle B$ 。

故由 $\angle ACD = \angle AFC + \angle B$ 可证出。

二、延长中线证明线段相等

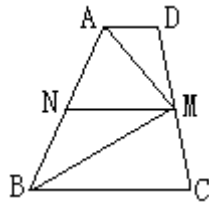
例2 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上向外作正方形 $ABEF$ 和 $ACGH$ 。求证：线段 FH 等于 $\triangle ABC$ 的中线 AM 的 2 倍。



分析：要证 $FH=2AM$ ，可加倍延长 AM 到 D ，形成 $\square ABCD$ ，并知道 $\angle 1 = \angle 2$ ，这样 $\angle HAF = \angle ABD = 180^\circ - \angle BAC$ ，再由 $\triangle ABD \cong \triangle FAH$ 而证得。

三、添中线、中位线证明线段垂直

例3 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB=AD+BC$ ， M 为 CD 中点。求证： $AM \perp BM$ 。



证明：取 AB 的中点 N，连 MN，故 MN \parallel AD \parallel BC

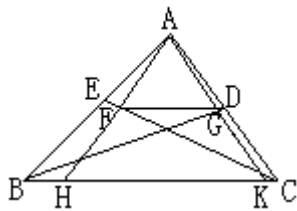
且 $MN = \frac{1}{2}(AD + BC)$ 。

因 $AB = AD + BC$ ，故 $MN = AN = BN$ 。

$\angle AMB = 90^\circ$ ，即 $AM \perp BM$ 。

四、利用中位线证明线段平行

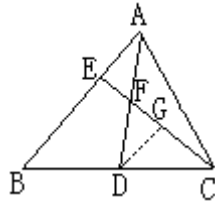
例 4 已知 BD 和 CE 分别是 $\triangle ABC$ 的 $\angle B$ 和 $\angle C$ 的平分线，AF \perp CE 于 F，AG \perp BD 于 G。求证：FG \parallel BC。



证明：延长 AF 和 AG 分别交 BC 于 H、K，因 BD 平分 $\angle ABC$ ，且 $BD \perp AG$ ，故 G 为 AK 中点。同理 F 为 AH 中点。故 FG 为 $\triangle AHK$ 的中位线，从而 FG \parallel HK，即 FG \parallel BC。

五、添中位线证明线段成比例

例 5 D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 的中点，任作一直线 CE 交 AB 于 E，交 AD 于 F。求证：AF \cdot FD = 2AE \cdot EB。



证明：取 CE 中点 G，连 DG，则 $DG = \frac{1}{2} BE$ 。

又 $\angle AFE = \angle DFG$ ，

$$\text{故 } \frac{AF}{DF} = \frac{AE}{DG} = \frac{AE}{\frac{1}{2} BE} = \frac{2AE}{BE}.$$

补形巧解几何题

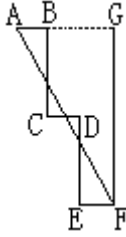
吕振杰

在已给的几何图形上补添一部分，使题设的几何图形构成特殊的几何图形，这种思考问题和处理问题的方法和策略，往往能充分地利用所给条件，使问题巧妙而迅速地得到解决。兹分类举例说明如下。

一、补形成特殊的三角形

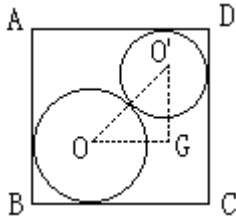
1. 补形成直角三角形

例1 如图, $AB=CD=EF=2$, $BC=DE=4$, $\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \text{Rt}$, 求 AF 的长.



解: 本题设计的十分巧妙, 直接求解不易, 但是, 因已知条件有直角, 故可补形成 $\text{Rt} \triangle AFG$ (如图), 易知 $AG=6$, $FG=8$, 根据勾股定理, 有 $AF = \sqrt{AG^2 + FG^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$.

例2 如图, $\odot O$ 与 $\odot O'$ 相外切, $\odot O$ 与边 AB 、 BC 都相切, $\odot O'$ 与 AD 、 DC 相切, 且矩形 $ABCD$ 的边 $AB=8$, $BC=9$. 设 $\odot O$ 的半径为 x , $\odot O'$ 的半径为 y .



- (1) 求 x 与 y 的函数关系式;
- (2) 设 $\odot O$ 与 $\odot O'$ 的面积之和为 S , 求 x 与 S 的函数关系式;
- (3) 求 S 的最小值.

解: 因为题设中有直角, 所以补形成如图所示的 $\text{Rt} \triangle OO'G$, 易得 $OO'=x+y$, $OG=9-(x+y)$, $O'G=8-(x+y)$, 依勾股定理, 有 $(x+y)^2 = [9-(x+y)]^2 + [8-(x+y)]^2$, 解得 $x+y=5$ 或 $x+y=29$ (不合题意, 舍去).

(1) 由题意, 知 $0 < x < 4$, 所以 x 与 y 的函数关系式为 $y = -x + 5$ ($0 < x < 4$).

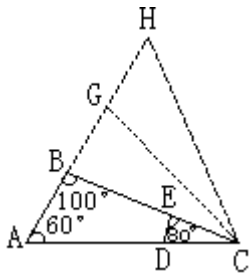
(2) $S = \pi(x^2 + y^2) = 2\pi x^2 - 10\pi x + 25\pi$ ($0 < x < 4$).

(3) 由(2), 得 $S = 2\pi[(x - \frac{5}{2})^2 + \frac{25}{4}]$,

故当 $x = \frac{5}{2}$ ($0 < \frac{5}{2} < 4$) 时, $S_{\text{最小值}} = \frac{25}{2}\pi$.

2. 补形成等边三角形

例3 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=60^\circ$, $\angle ABC=100^\circ$, E 为 BC 中点, D 在 AC 边上且 $\angle DEC=80^\circ$, 若 $S_{\triangle ABC} + 2S_{\triangle CDE} = 2\sqrt{3}$, 求 AC 的长.



解: 因 $\angle BAC=60^\circ$, 故可补形成等边三角形 ACH , 并且作 $\angle BCH$ 的平分线交 BH 于 G , 易证 $\triangle ABC \cong \triangle HGC$, $\triangle DEC \cong \triangle GBC$.

因为 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle HGC}$, $S_{\triangle DEC} = S_{\triangle GBC} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$,

所以 $S_{\triangle GBC} = 4S_{\triangle DEC}$.

又 $S_{\triangle ABC} + 2S_{\triangle DEC} = 2\sqrt{3}$,

$\therefore 2S_{\triangle ABC} + 4S_{\triangle DEC} = 4\sqrt{3}$,

即 $2S_{\triangle ABC} + S_{\triangle GBC} = 4\sqrt{3}$.

$\therefore S_{\triangle ACH} = 4\sqrt{3}$.

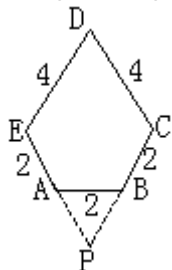
设 $AC = x$, 则有 $\frac{1}{2} \cdot x \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$.

$\therefore x^2 = 16$. 故 $x = \pm 4$ (负值舍去).

$\therefore AC = 4$.

二、补形成特殊四边形

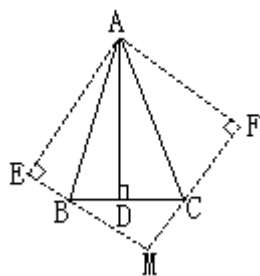
例 4 如图, 凸五边形 $ABCDE$ 中, $\angle A = \angle B = 120^\circ$, $EA = AB = BC = 2$, $CD = DE = 4$, 那么, 它的面积是多少?



解: 如图, 分别延长 EA 、 CB 交于 P 点, 易证 $\triangle ABP$ 为等边三角形, 四边形 $PCDE$ 为菱形. 于是, 有

$$\begin{aligned} S_{\text{五边形}ABCDE} &= S_{\text{菱形}PCDE} - S_{\triangle PAB} \\ &= 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 7\sqrt{3}. \end{aligned}$$

例 5 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 45^\circ$, $AD \perp BC$ 于 D , $BD = 2$, $DC = 3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



解: 因 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 均为直角三角形, 故沿 AB 把 $\triangle ABD$ 翻折到 $\triangle ABE$ 处, 沿 AC 把 $\triangle ACD$ 翻折到 $\triangle ACF$ 处, 并延长 EB 、 FC 交于 M 点, 则补形成正方形 $AEMF$.

令 $AD = x$, 则正方形 $AEMF$ 的边长为 x , 在 $\text{Rt} \triangle BMC$ 中, $BM = x - 2$, $MC = x - 3$, $BC = 2 + 3 = 5$.

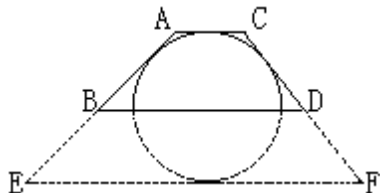
依勾股定理, 得 $5^2 = (x - 3)^2 + (x - 2)^2$.

整理, 得 $x^2 - 5x - 6 = 0$. 解得 $x = 6$ 或 $x = -1$ (舍去).

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15.$$

三、补形成圆

例 6 在梯形 ABCD 内作半圆, 使其与梯形上底及两腰相切. 且直径在下底上, 若 $AB = 3$, $CD = 2$, 则 BC 长多少?



解: 将半圆补成整圆, 作平行于 BC 的圆的切线 EF 交 AB、DC 的延长线于 E、F (如图). 易知 BC 为梯形的中位线, $AB = BE$, $DC = CF$. 由切线长定理, 得 $AD + EF = AE + DF$.

解答光学说理题的要领

赵抗柱

初中光学练习题中, 解释光现象的说理题居多. 这些题目往往与日常生活实际联系紧密, 有利于学生形成理论联系实际的学风, 有利于提高学生分析问题和说明问题的能力. 学生做这些作业时常感到棘手, 常听学生说“我心里明白就是说不清楚”, 原因就是没有掌握好解答光学说理题的基本方法.

怎样解答光学说理题呢?

首先, 要正确理解教材中所讲述的有关光的反射和折射的基本内容. 其次, 要搞清楚教材中没有讲述的人眼对外界感受的光学特点:

通常我们所看到的物体上每一点发出 (或反射) 的光都是发散光, 只有这些光进入人的眼睛, 人才能看到物体.

一般说来, 不论光经过任何光学元件, 沿任何曲折路径进入人的眼睛, 人总是按发散光的反向延长线交点来确定物体位置的. 所以人看到物体时总认为物体是位于眼睛的正前方.

要看清楚物体, 物体本身的亮度和颜色必须与它的背景亮度和颜色有显著的差别.

在上述基础上, 还应掌握解答光学说理题的基本步骤:

1. 审清题意. 明确题目中描述的光现象和发生这些光现象的条件, 明确要得到的结论, 避免答非所问.
2. 找准依据. 在审清题意的前提下, 由题目所给的条件和所求结论间的关系, 找准解答问题所依据的光学知识和规律.
3. 推理作答. 由题目提供的现象及条件, 依据有关的光学知识和规律, 逐步推理得出结论.

下面举例说明:

例 1 黑板“反光”, 为什么看不清楚黑板上的字?

解析: 1. 审清题意. 题目所给的条件是: 黑板“反光”, 即黑板发生近似镜面反射的现象. 要得到的结论是: 看不清黑板上的字.

2. 找准依据. 由题目所给的条件和所求结论间的关系, 可知解答所依据的光学知识和规律为: 发生镜面反射; 向某一方向反射的光很强; 人眼对外界感受的特点.

3. 推理作答: 黑板比较光滑时, 对光发生近似镜面反射, 向某一方向的反射光比较强, 对于坐在该方向的学生来说, 进入他眼内的字的光跟背景光亮度相近甚至比反射光亮度弱. 这样眼睛区别不出字与背景, 也就看不清黑板上的字.

例 2 白纸写红字, 在红色灯光下为什么看不清楚字?

解析: 1. 审清题意. 题目所给的现象及条件是: 在红色灯光下看白纸上写的红字. 要求的结论为: 看不清楚字.

2. 找准依据. 由题目所给条件与结论间的关系, 可知解答的依据是: 不透明物体的颜色由它反射的色光决定; 人眼对外界感受的特点.

3. 推理作答: 在红色灯光下, 白纸只能反射红光呈红色. 而红字反射的也是红光. 由于背景与字均呈红色, 没有显著差别, 所以看不清楚字.

有些题目, 若能根据题目所给的现象和解答问题所依据的光学知识和规律画出示意图, 则可使人一目了然, 且解答文字简练.

例 3 在硬纸板上穿一个小洞, 通过小洞向外看时, 为什么眼睛离小洞越近, 看到的范围越大?

解析: 1. 审清题意. 题目所给的条件是通过纸板上的小洞向外看. 要得到的结论是: 眼睛离小洞越近, 所看到的范围越大.

2. 找准依据. 由题目所给条件和所求结论间的关系, 可知解答问题所依据的光学知识和规律是: 光的直线传播; 人眼对外界感受的特点.

3. 画出示意图. 如图 1.

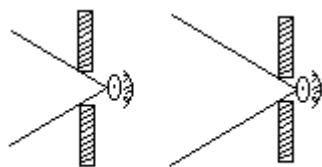


图 1

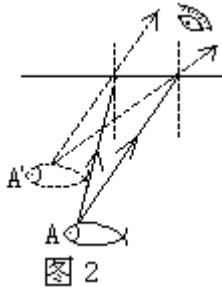
4. 推理作答: 如图 1 所示, 由眼睛向洞的两端引两条射线, 根据光的直线传播, 这两条射线范围内的物体发出(或反射)的发散光可通过小洞进入人眼. 而这两条射线以外的物体发出(或反射)的发散光穿过小洞不能进入人眼. 人眼睛离小洞越近, 这两条射线所夹的角度越大, 人看到的范围也越大.

例 4 有经验的渔民在叉鱼时, 不把叉对准所看到的鱼的位置, 而是对着稍低于看到的鱼的位置叉去, 这样才能叉到鱼. 为什么?

解析: 1. 审清题意. 题目给的条件是: 叉水中的鱼. 要求的结论是: 向稍低于看到的鱼的位置叉去, 才能叉到鱼.

2. 找准依据. 由所给条件和结论间的关系可知解答问题的依据是: 光的折射和人眼对外界感受的特点.

3. 画出示意图. 如图 2.



4. 推理作答：如图 2 所示，鱼上 A 点发出的光经水面时发生折射，改变了方向射入人眼。可是人眼总以为光沿直线传播，觉得 A 点好像在两条折射光线反向延长线的相交点 A' 处。鱼身上各点的情形相似。所以渔民看到的“鱼”总在鱼的实际位置的稍上方，叉鱼时只有对稍低于所看到的“鱼”的位置叉去，才能叉到鱼。

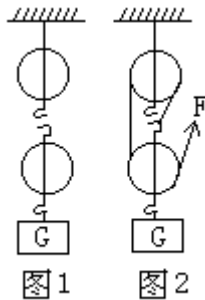
最后需要说明的是，每答完一道题目之后，要养成复查答案的习惯。查一查论点是否正确、因果关系是否颠倒、**逻辑**是否清晰，做到论点鲜明、论据充分、论证清楚、语言简练，以巩固和加深我们对基本概念和规律的理解和记忆，培养我们组织语言合乎逻辑地阐明物理问题的能力。

“倒行逆施”速装配

戴军

处理自由端绳拉力方向已知的滑轮组装配问题，有一种十分快捷的方法，本文将作以介绍。请先看下面这道题目。

例 1 用图 1 所示滑轮组提起重物，当重物匀速上升 50 厘米时，绳子的自由端被拉上 1.5 米，画出滑轮组绳的绕法（不计滑轮重和摩擦）。



解法 1 承重绳子段数 $n = \frac{1.5 \text{米}}{0.5 \text{米}} = 3$ ，“奇动偶定”规律，可知绳子固定端

在动滑轮上；然后从动滑轮挂钩处开始，从里向外依次绕绳，得到了图 2 所示的绕绳方式。

解法 2 题目中已告知“绳子的自由端被拉上……”由此可知绳自由端一定是从动滑轮绕出来的，于是可从自由端开始，从外向里顺次绕绳，得到图 2 所示的绕绳方式。

上面两种解法殊途同归，但不难看出，解法 2 较解法 1 缺少了确定绳固定端这一思维环节，它是从题目已知的绳自由端开始单刀直入，从而使问题的处理变得更为快捷。这里所采用的就是“倒行逆施法”。主要体现在绕绳从自由端开始、由外向里。

此种方法对于处理滑轮组中自由端拉力方向已知的装配问题，具有

明显的优越性.假如将上题改为:一人站在图 1 所示滑轮组左下侧地面上,通过滑轮组把重物 G 提起,该怎样绕绳?读者朋友不妨采用“倒行逆施法”再自己体会一下.

滑轮组装配问题中,还有一类是滑轮个数未知、仅要求安需要进行设计的问题.处理此类问题,“倒行逆施法.是否还有用武之地呢?有.请看下列.

例 2 如果不计滑轮组和绳子的物重及摩擦,请你设计一个滑轮组,使人能在地面上,用最大能承受 50 牛的绳子把重 200 牛的物体送上 2 楼.请画出滑轮组,并画出绳索在滑轮组上的绕法.

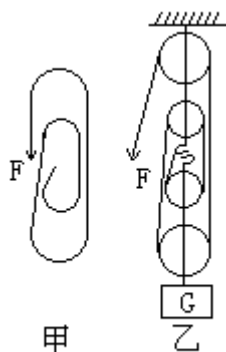


图 3

分析与解答:“人在地面上”用滑轮组把重物送上 2 楼,由此可见,自由端绳应是从定滑轮上绕出来,此端拉力向下.又由 $n = \frac{G}{F}$ 可知,承重绳段数为 4,于是可先从自由端开始,一圈一圈地画“螺旋线”,直至使承重绳段数为 4 止,如图 3(甲)所示;再在圆弧处添画上滑轮,进而画出挂钩、重物等,便得到如图 3(乙)所示的滑轮组.

此例若用常规解法,需先通过公式或口诀等确定出动、定滑轮的个数及绳的固定端,进而再从里向外完成绕绳.而上面的“倒行逆施法”则完全反其道而行之——先倒绕绳,再确定滑轮.这样做,不需死记确定滑轮个数的有关规律,让人有“信马由缰”、“水到渠成”之快感.

假如将上例改为要求人站在楼上、拉力向上将物体提上 2 楼,滑轮组又该如何装配呢?建议读者朋友自己练一练.

解电学题应注意的问题

贺光荣

一、不可乱套数据

求电阻的值,应用 $R = \frac{U}{I}$ 时, U 、 I 必须是 R 两端的电压和通过 R 的电流强度;应用 $R = \frac{U^2}{P}$ 求用电器电阻时, U 、 P 分别为 R 的额定电压和额定功率(或实际电压和实际功率).不可乱套题中所给数据.

例 1 某用电器上标有“220V 60W”字样,用电压表测得用电器在某电路中两端的实际电压为 200 伏,求该用电器的电阻值.

分析：有同学由于不注意物理公式的物理意义，乱套数据后用

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{200^2}{60} \text{ 欧}, \text{ 求解.}$$

其实这样解错了！正确解法应是：

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{60} \text{ 欧} = 807 \text{ 欧}.$$

二、注意区分前提条件

物理定律、公式等都是在一一定的前提条件下成立的，离开了这一前提条件，当然也就不适用了。

例如，对于电功率两个表达公式 $P=I^2R$ 与 $P=\frac{U^2}{R}$ ，有的同学提出疑问前者 P 与 R 成正比，后者 P 与 R 成反比，这不是矛盾吗？其实，两个式子的前提条件是不同的。前者与后者两式都是三个物理量，当其中一个量是常量时，另外两个变量才能成相同倍数的变化。从 $P=I^2R$ 看， P 与 P 成正比，前提是通过 R 的电流强度 I 相同(如串联时)；从 $P=\frac{U^2}{R}$ 看， P 与 R 成反比，前提是 R 两端电压 U 相同(如并联时)。可见，弄清了前提条件，就不难理解它们的统一性，故前后两公式并不矛盾。

三、判断问题要有依据，防止看表面，想当然，切忌随意猜测。

例 2 一个灯泡上标上“220V 60W”，另一个灯泡上标有“220V 25W”字样，在电路中哪个灯泡更亮？

分析：有的同学不加思索地回答：当然 60W 的灯更亮。其实不一定。因为判断灯泡亮暗情况要看灯泡实际获得功率(不是额定功率)的大小。此题未告诉是并联还是串联，故应分串、并联两种情况讨论。若两灯并联在一定电压的电路中，由于 U 相同，且 $R_1 = \frac{220^2}{60} \text{ 欧} = 807 \text{ 欧}$ ，比 $R_2 = \frac{220^2}{25} \text{ 欧} = 1936 \text{ 欧}$ 小，依 $P = \frac{U^2}{R}$ 可知： $P_{\text{实}1} > P_{\text{实}2}$ ，故 60W 的灯泡亮一些。

若两灯串入电压为 U 的电路中，依据 $P=I^2R$ 可知(串联中 $I_1=I_2$)： $P_{\text{实}1} > P_{\text{实}2}$ ，故 25W 灯泡更亮一些。所以对此题不能简单地回答为 60W 的灯更亮。

四、解答问题要全面

例 3 R_1 和 R_2 分别与 $R_0=3$ 的定值电阻串联后分别接在电压相同的两个电源上，要使 R_1 、 R_2 消耗的电功率相同， R_1 、 R_2 的阻值各是多少？

分析：有的同学认为，只有当 $R_1=R_2$ 时，才有 $P_1=P_2$ 。其实，这个答案不全面。为此，我们不妨先求解一下。

根据 $P_1 = I_1^2 R_1 = P_2 = I_2^2 R_2$ 的要求，必须满足下列式子：

$$\left(\frac{U}{R_1 + 3} \right)^2 \cdot R_1 = \left(\frac{U}{R_2 + 3} \right)^2 \cdot R_2,$$

整理得： $R_1 \cdot R_2 (R_2 - R_1) = 9(R_2 - R_1)$ 。

由上式可见： $R_1=R_2$ 是此题的解，而当 $R_1 \neq R_2$ 时， $R_1 \cdot R_2 = 9$ 也是此题的解。即诸如 $R_1=1, R_2=9$ ， $R_1=2, R_2=4.5$ ……等都是满足本题的解。因而有无数组解。

五、善于识别电路

对于电学习题的解答，首要的问题是要认识电路，或根据题意画出

电路.不知电路也就无法进行电路分析与计算.不知是串联还是并联电路,也就不可能运用串、并联电路中有关 I 、 R 、 U 的计算式子.

如图 1 所示电路,有的同学只看表面,误以为是串联电路,其实将图形变化一下,如图 2,就不难知道是并联电路.进行这种变换应注意:一是要善于空间想象,不要将图看成是死的,而应看成是活的、可动的,如把导线看成可伸可缩的“绳子”,想象起来,变换图形就容易多了;二是要找关键点(如图中 a 、 b 点),做上记号,便于变换,不致混乱;三是从电源正极出发,按电流方向画电路,直到电源负极.

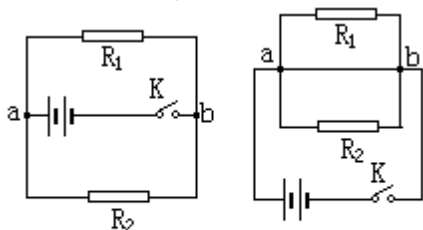


图 1

图 2

用比热的物理意义解题

彭厚裕

比热是物质的一种特性,它反映出不同物质容纳热的本领不同.这种容热本领的差异有两种表现,不妨称为两个方面的含义:

1. 质量相等的不同物质,升高(或降低)相同的温度,比热大的物质吸收(或降低)的温度小.
2. 质量相等的不同物质,吸收(或放出)相同的热量,比热大的物质升高(或降低)的温度小.

这就好比有两个粗细不同的瓶子,当它们装同样深的水时粗瓶子比细瓶子装的水多;当它们装同样多的水时,粗瓶子里水的深度小.

对于要用比热的物理意义来回答的问题,如果我们能恰当选择上述两个含义作依据,就可使解题思路清楚简洁.现举几例.

例 1 把相等的铁球和铝球放在同一杯沸水中煮相当长时间后,同时取出并分别立即投入两杯质量和温度均相同的冷水中,能使水温升高较大的是().

- A. 铁球 B. 铝球 C. 两球使水升高的温度相同

分析:可由第一个含义解.由于铝的比热大,所以铝球在降温时能放出较多的热量,因而使水升高的温度大,故应选 B.

例 2 把两个质量相同的铁球放在同一杯沸水中煮相当长时间后,同时取出并分别立即投入两杯质量和温度均相同的冷水和酒精中,最后温度较高的是().

- A. 水 B. 酒精 C. 最后两杯液体的温度相同

分析:可由第二个含义解.由于水的比热比酒精大,所以同样吸热时,水的温度升高的小.故应选 B.

从以上两例可以看出,当问题要求比较物体吸收(放出)热量的多少、或者由此可以进一步得出其他结论时,应该用第一个含义解;当问题要求比较物体温度变化的大大时,应该用第二个含义解.需要说明的

是，以上两例也可以用严密的推证来解，但比较繁琐，不再赘述。

再看两道说理题。

例 3 沿海地区的气温变化为什么没有内陆地区显著？

分析：可由第二个含义解。因为海水的比热比砂石、泥土大，所以在同样受热或遇冷时，海水的温度变化比内陆陆地小。受海洋和陆地温度的影响时，沿海地区的气温变化也就比内陆地区小。

例 4 暖气管中为什么要用热水作供热物质？

分析：这可由第一个含义解。因为水的比热大，所以热水在流经暖气片降温时，能向房间释放较多的热，使房间的温度升高快一些。

请读者再解两题：

问题 1 将质量和温度(低于沸水温度)均相同的铁块和铝块投入同一杯沸水中，经较长时间后()

A. 铁块和铝块升高的温度相同 B. 铁块和铝块吸收的热量相同

C. 铁块升高的温度比铝块小 D. 铁块吸收的热量比铝块少

问题 2 将质量相同的铁锅和铝锅放在同样的煤炉上加热，则()

A. 铁锅升温快 B. 铝锅升温快 C. 两口锅升温一样快

放完一桶水需多少时间

解桂芹

在一个正好装 30 杯水的茶桶里装满水。把一个茶杯放在它的水龙头(安在茶桶底部)下面，眼睛看着手里的表，发现半分钟能使茶杯装满水。现在要问：如果让水龙头开着，要多少时间才能使茶桶里的水流完。

这好像是连小学生都能解答的算术题：流出一杯水需要半分钟，那么流出 30 杯水自然需要 15 分钟。

然而，你的答案错了！

要求答出流完一桶水所需要的时间，超出了中学知识范围，但我们应用初中知识可分析出决不是 15 分钟，而是大于 15 分钟。

这到底是怎么回事呢？原来，水从茶桶里流出来的速度不是自始至终一样的。当第一杯水从茶桶里流出来以后，水流受到的压力已经因茶桶里的水位降低而减小了。显然，要把第二个杯子装满，就得用比半分钟更多的时间；装满第三杯，时间还要更长些……

装在无盖的容器里的任何一种液体，从孔里流出来的速度跟孔上面那个液体柱的高度成正比。伽利略的学生托里拆利首先说明了这种关系，并且用简单的公式把它表示为：

$$v = \sqrt{2gh}.$$

式子中， v 代表液体流出的速度， g 代表重力加速度(常数)， h 代表孔到液面的高度。从这个公式可以看出，液体流的速度跟液体的密度完全没有关系：轻的酒精和重的水银在液面同样高的情况下，从孔里流出来的速度是相同的。

由上式可看出，如果茶桶里面的水面(从龙头的孔算起)降低到了原

来高度的 $\frac{1}{4}$ 时，那么装满一杯水所需要的时间，就要相当于装满第一杯水所需要的时间的2倍；如果水面继续降低到原来的 $\frac{1}{9}$ ，那么装满一杯水所需要的时间就要相当于装满第一杯水所需要的时间的3倍了。由此可以知道，茶桶里的水快流完的时候，水从里面流出来的速度是多么的缓慢！

注意填空题答案的准确性

胡广东

填空题是物理习题中常见的题型之一。由于填空题只要求填入答案，因此，对那些需要经过运算才能得到答案(数据)的题目，一定要注意其运算过程的合理性，否则，即使解题方法正确，也会得到不正确的答案。

例1 挂在弹簧秤上的实心金属块，重9.6牛；把它浸没在水中时，弹簧秤示数为8.4牛。该金属块的密度为_____千克/米³。

不少同学的答案是“ 8.2×10^3 ”。其解法是：

$$F_{\text{浮}} = G - F' = 9.6 \text{牛} - 8.4 \text{牛} = 1.2 \text{牛},$$

$$\text{由 } F_{\text{浮}} = \rho g V, \text{ 得}$$

$$V = \frac{F_{\text{浮}}}{\rho_{\text{水}} g} = \frac{1.2}{1.0 \times 10^3 \times 9.8} \text{米}^3 = 0.12 \times 10^{-3} \text{米}^3,$$

$$m = \frac{G}{g} = \frac{9.6}{9.8} \text{千克} = 0.98 \text{千克},$$

$$\text{所以 } \rho_{\text{金}} = \frac{m}{V} = \frac{0.98}{0.12 \times 10^{-3}} \text{千克/米}^3 = 8.2 \times 10^3 \text{千克/米}^3.$$

这种解题步骤是正确的，但最后结果错了。这是由于在分步计算中有两个近似值出现，而最后得到了相差太大的错误答案。要想避免这种情况，可以在列出分步计算的式子之后，不算出结果，用整体数字式子代入以后各公式中，最后求出结果。上题运算方法是：

$$F_{\text{浮}} = G - F' = 9.6 \text{牛} - 8.4 \text{牛} = 1.2 \text{牛},$$

$$\text{由 } F_{\text{浮}} = \rho_{\text{水}} g V, \text{ 得}$$

$$V = \frac{F_{\text{浮}}}{\rho_{\text{水}} g} = \frac{1.2}{1.0 \times 10^3 \times 9.8} \text{米}^3,$$

$$m = \frac{G}{g} = \frac{9.6}{9.8} \text{千克},$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } \rho_{\text{金}} &= \frac{m}{V} \\ &= \frac{9.6}{9.8} \times \frac{1.0 \times 10^3 \times 9.8}{1.2} \text{千克/米}^3 \\ &= 8 \times 10^3 \text{千克/米}^3. \end{aligned}$$

让我们再看一例。

例2 有一重5牛的木块，漂浮在水面上，其体积的 $\frac{1}{3}$ 露出水面。

若在木块上再加 2.5 牛的铁块，则木块将_____ (填“能”或“不能”)全部浸没于水中。

不少同学填入的答案是“不能”，其解法是：

由于木块是漂浮的，所以

$$F_{\text{浮}} = G, \text{ 即}$$

$$\rho_{\text{水}} g \left(V - \frac{1}{3} V \right) = G, \text{ 木块体积}$$

$$V = \frac{3G}{2\rho_{\text{水}} g} = \frac{3 \times 5}{2 \times 1.0 \times 10^3 \times 9.8} \text{米}^3$$

$$= 0.77 \times 10^{-3} \text{米}^3.$$

设木块全部浸没在水中时受到的浮力是 $F'_{\text{浮}}$ ，则

$$F'_{\text{浮}} = \rho_{\text{水}} g V = 1.0 \times 10^3 \times 9.8 \times 0.77 \times 10^{-3}$$

$$= 7.546 \text{牛},$$

$$G_{\text{总}} = G_{\text{木}} + G_{\text{铁}} = 5 \text{牛} + 2.5 \text{牛} = 7.5 \text{牛},$$

显然， $F'_{\text{浮}} > G_{\text{总}}$ ，故木块不能全部浸没于水中。

这道题的解题步骤也是正确的，但由于运算过程中也出现了近似值，使结论也错了。可以这样运算：

$$F_{\text{浮}} = G, \rho_{\text{水}} g \left(V - \frac{1}{3} V \right) = G, \text{ 所以木块体积}$$

$$V = \frac{3G}{2\rho_{\text{水}} g} = \frac{3 \times 5}{2 \times 1.0 \times 10^3 \times 9.8} \text{米}^3.$$

设木块全部浸没在水中时受到的浮力为 $F'_{\text{浮}}$ ，则

$$F'_{\text{浮}} = \rho_{\text{水}} g V = 1.0 \times 10^3 \times 9.8 \times \frac{3 \times 5}{2 \times 1.0 \times 10^3 \times 9.8} \text{牛}$$

$$= 7.5 \text{牛},$$

$$\text{而 } G_{\text{总}} = G_{\text{木}} + G_{\text{铁}} = 5 \text{牛} + 2.5 \text{牛} = 7.5 \text{牛},$$

显然木块全部浸没在水中时受到向上的浮力恰好等于木块和铁块的总重力，所以木块能全部浸没在水中。

例3 一只额定电压为 220 伏的灯泡正常工 2 分钟，电流做功为 4800 焦，则通过灯丝的电量为_____库，此时通过灯丝的电流强度为_____安，这个灯泡的额定功率是_____瓦。

不少同学填入的答案分别是 21.8、0.18、39.6。它们的解法是：

由 $W = U i t = U Q$ 得

$$Q = \frac{W}{U} = \frac{4800 \text{焦}}{220 \text{伏}} \approx 21.8 \text{库},$$

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{21.8 \text{库}}{2 \times 60 \text{秒}} \approx 0.18 \text{安},$$

$$P = UI = 220 \text{伏} \times 0.18 \text{安} = 39.6 \text{瓦}.$$

尽管通过灯丝的电流强度值 0.18 填得正确，但这种运算方法也是不

妥的。因为用公式 $I = \frac{Q}{t}$ 求 I 时, 电量 Q 已经是近值了. 同理, 上述求电功率的方法也不正确. 正确的运算方法是:

$$Q = \frac{W}{U} = \frac{4800 \text{焦}}{220 \text{伏}} \approx 21.8 \text{库},$$

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{4800}{220} \times \frac{1}{2 \times 60 \text{秒}} \text{安} \approx 0.18 \text{安},$$

$$P = UI = 220 \times \frac{4800}{220} \times \frac{1}{2 \times 60} \text{瓦} = 40 \text{瓦}.$$

这个灯泡的额定功率恰好是 40 瓦, 而不是近似 39.6 瓦.

上面的例题告诉我们, 在解答计算型的填空题时, 分步计算中若有近似值出现, 不要立即求出结果, 而用整体算式代入后面各式中, 最后求出应填入的答案. 这样不仅能避免错误, 还能省去烦琐的计算.

寻求等量关系巧解化学题

王天开

寻求等量关系是解答较灵活、较复杂化学计算题的关键.

1. 运用基本概念, 找出等量关系

例1 现有硫酸钾、硫酸铝、硫酸铝钾的混合溶液, 其中含 Al^{3+} m 个 SO_4^{2-} n 个, K^+ 的个数为多少?

分析: 因为溶液不显电性, 所以, 在电解质溶液中, 所有阳离子带正电荷总数等于所有阴离子带负电荷总数. 这就是解答本题所需用的等量关系. 某种离子的个数乘以一个离子所带的电荷数, 就是溶液中这种离子所带电荷总数.

解: 设 K^+ 个数为 x .

$$1 \times x + 3 \times m = 2 \times n \quad x = 2n - 3m.$$

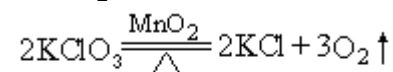
例 2 取一定质量的氯酸钾和二氧化锰的混合物 (MnO_2 质量分数为 26.5%), 装入试管加热制取氧气, 求当反应进行到 MnO_2 在混合物中的质量分数为 30% 时, KClO_3 分解了百分之几?

分析: 本题中 MnO_2 为催化剂, 在反应前后质量不变, 由此可求出反应前后混合物质量间的关系, 而它们的差值为生成 O_2 的质量, KClO_3 分解的质量可求.

解: 设反应前后混合物质量分别为 m 、 n , KClO_3 分解的质量为 x .

$$m \times 26.5\% = n \times 30\% \quad n = 0.883m$$

$$\text{生成 } \text{O}_2 \text{ 的质量} = m - 0.883m = 0.117m$$



$$\begin{array}{ccc} 245 & & 96 \\ \times & & 0.117m \end{array}$$

$$245 \quad x = 96 \quad 0.117m \quad x = 0.229m$$

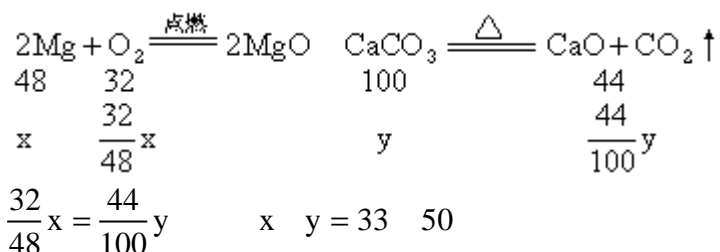
$$\text{KClO}_3 \text{ 分解百分率} = \frac{0.229m}{m(1 - 26.5\%)} \times 100\% = 40.7\% .$$

2. 利用质量守恒巧计算

例3 将镁与碳酸钙的混合物在空气中充分加热(900℃), 所得固体质量与原混合物质量相等, 求镁与碳酸钙的质量比.

分析: Mg与O₂化合生成MgO, CaCO₃分解生成CaO, 放出CO₂气体. 因此, 参加反应O₂的质量等于放出CO₂的质量.

解: 设原混合物中含Mg的质量为x, CaCO₃的质量为y.



Mg与CaCO₃的质量比为33:50.

例4 将C、CaCO₃的混合物在空气中充分加热, 生成CO₂的质量等于原混合物的质量. 求原混合物中碳元素的质量分数.

分析: 因为生成CO₂的质量与原混合物质量相等, 且原混合物中的碳元素全部转化为CO₂, 故CO₂与C的质量分数即为所求.

解: 原混合物中碳元素质量分数:

$$\frac{\text{C}}{\text{CO}_2} \times 100\% = \frac{12}{44} \times 100\% = 27.27\%$$

3. 利用微粒数巧寻等量关系

例5 在FeSO₄、Fe₂(SO₄)₃混合物中, S%=a%. 求铁元素的质量分数.

分析: 两种物质中均含SO₄原子团, S、O原子个数比1:4, 质量比1:2, FeSO₄、Fe₂(SO₄)₃以任意质量比混合, S、O的质量比总是1:2, 因此, 求出氧的质量分数是关键.

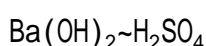
解: O%=2×S%=2a%

$$\text{Fe}\% = 100\% - a\% - 2a\% = (100 - 3a)\%$$

例6 向40克过量的Ba(OH)₂溶液中加入7.1克Na₂SO₄, 再加入30毫升溶质质量分数为20%的H₂SO₄(密度为1.147克/厘米³), 溶液刚好呈中性. 求原Ba(OH)₂溶液中溶质的质量分数.

分析: 加入Na₂SO₄并未消耗Ba(OH)₂中的OH⁻, 再加入稀H₂SO₄溶液呈中性, 由此说明Ba(OH)₂提供的OH⁻与H₂SO₄提供的H⁺个数相等. 本题可按以下关系式计算: Ba(OH)₂~H₂SO₄.

解: 设原溶液中含Ba(OH)₂的质量为x.



$$171 \quad 98$$

$$x \quad 30 \times 1.147 \times 20\% \text{克}$$

$$171 : x = 98 : 30 \times 1.147 \times 20\% \text{克} \quad x = 12 \text{克}$$

$$\text{Ba(OH)}_2 \text{的质量分数} = \frac{12 \text{克}}{40 \text{克}} \times 100\% = 30\%$$

化合价题型例析

朱如平

1. 根据化学式求元素的化合价

例 1 某含氧酸的化学式是 $H_{n+1}RO_{2n+1}$ ，式量为 m ，则 R 元素的化合价是_____，R 的相对原子质量为_____。

解析：根据化合物中各元素正负化合价的代数和为零，可求得 R 元素的化合价是 $3n+1$ ；由式量是化学式中各原子的相对原子质量总和，可求得 R 的相对原子质量为 $m - 33n - 17$ 。

2. 根据化合价判断可能的化学式

例 2 A、B、C 三种元素化合价分别是 +1、+4、-2 价，这三种元素组成的化合物的化学式可能是（ ）。

- A. ABC_4 B. A_2BC_3
C. A_3BC_2 D. A_4BC_3

解析：根据化合物中各元素正负化合价的代数和为零，对给出的选项逐一验证，选 B。

3. 根据两种不同物质的式量求化合价

例 3 某金属元素 R，它的氢氧化物的式量为 m ，它的同价态氯化物的式量为 n ，则该金属元素的化合价为（ ）。

- A. $+\frac{m-n}{18.5}$ B. $+\frac{n-m}{18.5}$
C. $+\frac{m-n}{n-m}$ D. $+\frac{n-m}{n-m}$

解析：设金属 R 的化合价为 x ，其氢氧化物为 $R(OH)_x$ ，氯化物为 RCl_x ，则有：

$$\begin{cases} R + 17x = m \\ R + 35.5x = n \end{cases} \quad x = \frac{n-m}{18.5} \quad \text{选 B.}$$

4. 根据元素的质量比求化合价

例 4 在一种氮的氧化物中，氮元素和氧元素的质量比是 7 : 20，则在这种化合物里氮元素的化合价是（ ）。

- A. +1 B. +3
C. +4 D. +5

解析：已知氧元素为 -2 价，设氮元素为 x 价，其氧化物为 N_2O_x ，则有 $28 : 16x = 7 : 20$ ， $x=5$ ，选 D。

5. 根据化合价的奇、偶数求解

例 5 某 $+n$ 价金属元素 R 的硫酸盐和碳酸盐的式量分别为 a 和 b 。当 n 为奇数时，该金属元素的化合价可表示为_____，当 n 为偶数时，该金属元素的化合价可表示不为_____。

解析：(1) 当 n 为奇数时，金属 R 的硫酸盐和碳酸盐的化学式分别为 $R_2(SO_4)_n$ 和 $R(CO_3)_n$ 。

$$\begin{cases} 2R + 96n = a \\ 2R + 60n = b \end{cases} \quad n = \frac{a-b}{36}.$$

(2)当n为偶数时,金属R的硫酸盐和碳酸盐的化学式分别为 $R(SO_4)_{\frac{n}{2}}$ 和 $R(CO_3)_{\frac{n}{2}}$.

$$\begin{cases} R + 48n = a \\ R + 30n = b \end{cases} \quad n = \frac{a-b}{18} .$$

6. 根据化学方程式求化合价

例6 M元素的2个原子正好跟A酸的3个分子反应,生成3个氢分子,则M元素的化合价为_____,A酸的根价为_____.

解析:设A酸的化学式为 H_nR ,依题意可写出化学方程式 $2M+3H_nR=3H_2$ +盐,根据化学方程式两边的氢原子个数相等, $n=2$,推知A是二元酸,其根价为-2价.又根据得失电子守恒可知M元素的化合价为+3价.

学习指导

学习要能举一反三

孙培国

学习一个定义、一个定理,解决一个问题,不能局限于理解定义、定理本身的字面意思,满足于求出了问题的答案,还要能掌握该定义、定理与其他定理之间的联系,要把握它们的适用范围,考虑定理的逆定理是否成立等,也就是说,要尽量扩大学习成果,这就是人们常说的学习要能“举一反三、触类旁通”.

初中《几何》第二册第124页中说:“两圆外切(或内切)时,经过切点作直线垂直于它们的连心线,就得到它们的内公切线(或外公切线).”这一句看上去很平常的话,告诉我们好多问题:

如果两圆外切(或内切)时,则

1. 圆的内公切线(或外公切线)与连心线互相垂直;
2. 圆的内公切线(或外公切线)的作法.

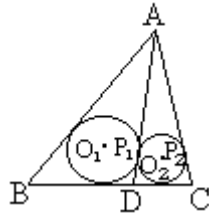
以上我们都是从正面理解这一句话,如果反过来想问题,既然两圆相切过切点可以作两圆的公切线,那么两圆与一条直线切于同一点,是否这两圆相切呢?这个问题的回答是肯定的,并且很容易证明它.因此我们可以得到如下一个很有用的命题:

定理 如果两圆和一条直线切于同一个点,那么这两个圆也一定在这一点相切.

当两圆在直线异侧时,外切;在直线同侧时,内切.

证明两圆相切,有时直接运用定义很难入手;有时很复杂,但运用此定理很简便.

例1 在 $\triangle ABC$ 中,D是BC上一点,BD、AC和CD、AB的长分别是方程 $x^2 - 5x + c_1 = 0$ 和方程 $x^2 - 5x + c_2 = 0$ 的根.求证: $\triangle ABD$ 的内切圆 O_1 和 $\triangle ADC$ 的内切圆 O_2 相切.



证明：如图，设 O_1 切 AD 于 P_1 ， O_2 切 AD 于 P_2 ，则

$$DP_1 = \frac{AD + BD - AB}{2},$$

$$DP_2 = \frac{AD + CD - AC}{2}.$$

BD 和 AC 是方程 $x^2 - 5x + c_1 = 0$ 的两个根，

$BD + AC = 5$ ，同理 $CD + AB = 5$ 。

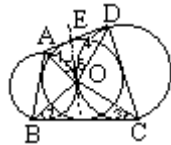
$BD + AC = CD + AB$ ，即 $BD - AB = CD - AC$ 。

由和，可知 $DP_1 = DP_2$ ，则 P_1 和 P_2 重合。

因此， $\triangle ABD$ 的内切圆与 $\triangle ACD$ 的内切圆相切。

例 2 设四边形 $ABCD$ 有内切圆，圆心为 O ，则 $\triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 相切； $\triangle AOD$ 与 $\triangle BOC$ 相切。（这里 $\triangle AOB$ 是指 $\triangle AOB$ 的外接圆）

证明：如图，过 O 作直线 OE 与 $\triangle AOB$ 相切。



O 是四边形 $ABCD$ 的内切圆，

OA 、 OB 、 OC 、 OD 分别平分 $\angle BAD$ 、 $\angle CBA$ 、 $\angle DCB$ 、 $\angle ADC$ 。

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6,$$

$$\text{即 } \angle 5 + \angle 6 = \angle 2 + \angle 3.$$

$$\text{又 } \angle 5 = \angle 2,$$

$$\angle OCD = \angle 6.$$

$$\angle 6 = \angle 3, \text{ 故 } OE \text{ 切 } \triangle COD \text{ 于 } O.$$

这样 $\triangle AOD$ 和 $\triangle COD$ 都切 OE 于同一点 O ，因此 $\triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 相切。

同理， $\triangle AOD$ 和 $\triangle BOC$ 相切。

谈迈好几何证题的起始步

徐有标

学习几何证题时，只要把握好几何证题的起始步，就可以顺利地进入几何“王国”里漫游，那么怎样使自己顺利地进入这一“王国”呢？

一、莫怕难

心理学家研究表明，14 岁左右的孩子，正是由直觉思维向逻辑思维的过度阶段。因此，几何证题的起步，也可以说是逻辑思维的起步，正像一岁左右的幼儿学走路一样，逻辑思维的起步一定会遇到不少困难，但只要你不怕困难，“摔倒”了重新站起来，同时又注意学习的方法，

你就一定能够迈好几何证题的起始步。

二、善学习

几何证题起步要稳，要扎实，要一步一个脚印，在掌握几何知识的同时，要注意培养自己逻辑思维能力。

1. 学好几何语言。几何证题要使用几何语言（包括术语、图形、字母和符号），这对于刚学几何的同学来说，等于又学一门“外语”似的，需要努力尽快地掌握几何语言的使用和表达能力。

例如，若把“大于直角而小于平角的角叫钝角”说成“大于直角或小于平角的角叫钝角”，就是语言表达不确切的问题，“一字之差”，意思各异。

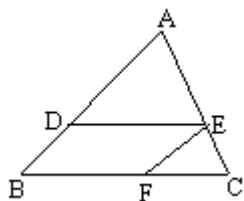
又如，“求证不等边三角形中任一内角的角平分线位于对边上的高线和中线之间”。同学们可以试试看，能否画图并写出已知和求证来。你们将发现，这种普通语言叙述的命题“翻译”成几何（图形）语言叙述的命题的能力，正是迈好几何证题起始步的必要条件。

2. 掌握推理格式。数学中推理证明的书写格式有许多种，但最基本的是演绎法。它是从已知条件出发，根据已经学过的数学概念、公理、定理等知识，顺着推理，由“已知”得“推知”，由“推知”得“未知”，逐步地推出求证的结论来。

这种证题格式一般叫“综合法”。课本上的定理证明，习题中的证明题，多数是采用这种格式。它的书写表达常用语言是“因为……，所以……”，常用符号是“……，……”。在几何证题起步时，首先要掌握好这种推理格式，做到规范化。

3. 积累证题思路。“几何证题难”，最难莫过于没有思路。怎样积累证题思路呢？主要靠听课、看书时积极思考，不仅弄明白题目是如何证的，而且进一步追究一下，“证题方法是如何想出来的？”只有经常进行这种独立思考，才会使自己的思路开阔而灵活。在几何证题起步阶段，主要应学习下述两种思路分析的方法。

例如，已知 $\triangle ABC$ 中， D 为 AB 上的一点， $DE \parallel BC$ ，交 AC 于 E ， $EF \parallel AB$ ，交 BC 于 F 。求证： $\angle ADE = \angle FEC$ 。



思路分析法：

(1) 从已知条件 $DE \parallel BC$ 和 $EF \parallel AB$ 出发，根据已学的平行线性质的定理得到若干相等的角，再用等量公理，证题思路就有了。

(2) 从求证结论 $\angle ADE = \angle FEC$ 出发，这两个角没有直接的关系存在，想找到一个第三角作为桥梁，根据已学的平行线段的性质定理就可以找到这种作为“桥梁”的第三角，思路就有了。

三、不断总结经验

随着几何课程的进展，几何证题的内容和难度都会不断增加。因此，学习一段之后，要回顾一下，看看知识已学了哪些？自己的审题、推理、思路分析等这三方面掌握了没有？在运用时熟练的程度如何？如果某一

方面还掌握的不很好，就要多作一些练习，使自己达到既熟练，又会“巧用”的程度，这时，就可以说几何证题的起始步迈得不错了，从而论证入门的问题就基本上过关了。

谈谈扩大做练习题的收获

陈越光

做题之前，我们要分析、思考，做完一道题之后，是不是就万事大吉了呢？不是，要想真正提高自己的解题能力，那就应该继续动脑筋思考以下问题：

(1) 还有没有别的解法？还可不可以得出其他有用的结论？

(2) 本题结论是否可在解其他问题时直接运用？可用于解决哪些类型问题？

(3) 若条件变了，结论是否改变？怎样变？

(4) 若结论改变，又该怎样解？

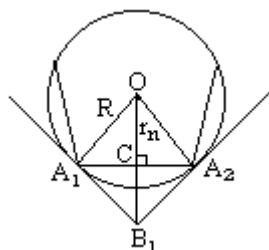
现给出一个例子说明。

例 1 已知：O 的半径为 R，它的内接正 n 边形的边长为 a。求

证：O 的外切正 n 边形的边长 $b = \frac{2aR}{\sqrt{4R^2 - a^2}}$ 。

(《几何》第三册 211 页第 8 题)

分析：如图，由《几何》第二册 226 页例 2 结论，有 $\text{Rt } \triangle OA_1C \sim \text{Rt } \triangle A_1B_1C \sim \text{Rt } \triangle OB_1A_1$ 。利用相似三角形性质和勾股定理便可推出结论。



证明：如图，易知 $A_1C = \frac{1}{2}a$ ， $A_1B_1 = \frac{1}{2}b$ ， $OA_1 = R$ 。

$\text{Rt } \triangle OA_1C \sim \text{Rt } \triangle OB_1A_1$ ，

$$\frac{OA_1}{OB_1} = \frac{OC}{OA_1} \text{，即 } \frac{R}{OB_1} = \frac{OC}{R} \text{，} R^2 = OC \cdot OB_1 \text{。}$$

由勾股定理，得 $OC = \sqrt{OA_1^2 - A_1C^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$ ，

$$OB_1 = \sqrt{OA_1^2 + A_1B_1^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} \text{。}$$

$$R^2 = \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} \cdot \sqrt{R^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} \text{。}$$

化简，得 $(4R^2 - a^2)b^2 = 4a^2R^2$ 。即 $b^2 = \frac{4a^2R^2}{4R^2 - a^2}$ 。

$b > 0$ ， $a > 0$ ， $R > 0$ ， $4R^2 - a^2 > 0$ (因 $2R > a$)，

$$b = \frac{2aR}{\sqrt{4R^2 - a^2}} .$$

式实际上是一个重要公式. 在圆半径 (R)、内接正 n 边形的边长 (a)、外切正 n 边形的边长 (b) 这三个量中, 只要知道其中任何两个, 就可由 式求出第三个量来.

若仔细推敲, 利用勾股定理、三角形相似等知识, 本题还可得出如下一些有用的结论:

$$OC = r_n = \sqrt{OA_1^2 - A_1C^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4R^2 - a^2} .$$

$$OB_1 = \frac{R^2}{OC} = \frac{2R^2}{\sqrt{4R^2 - a^2}} .$$

$$\begin{aligned} S_{\text{内接正}n\text{边形}} &= n \cdot \frac{1}{2} A_1 A_2 \cdot OC = n \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} \\ &= \frac{na}{4} \sqrt{4R^2 - a^2} . \end{aligned}$$

$$S_{\text{外切正}n\text{边形}} = n \cdot S_{OA_1 B_1 A_2} = \frac{naR^2}{\sqrt{4R^2 - a^2}} .$$

$$B_1 C = \frac{ab}{R} = \frac{ab}{4R} .$$

若用 、 解《几何》第三册 173 页第 11 题, 将出奇地简便.

例 2 求 0 的内接正六边形与外切正六边形边长的比、面积的比.

解: 设 0 的半径为 R, 则

$$a_6 = R, b_6 = \frac{2R \cdot R}{\sqrt{4R^2 - R^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} R .$$

$$a_6 : b_6 = \sqrt{3} : 2 .$$

$$S_{\text{内接正六边形}} = \frac{6 \cdot R}{4} \sqrt{4R^2 - R^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} R^2 .$$

$$S_{\text{外切正六边形}} = \frac{6 \cdot R \cdot R^2}{\sqrt{4R^2 - R^2}} = \frac{6}{\sqrt{3}} R^2 = 2\sqrt{3} R^2 .$$

$$S_{\text{内接正六边形}} : S_{\text{外切正六边形}} = 3 : 4 .$$

学物理要会阅读

孟宏春

有人认为学习物理就是做做习题, 看不看书无所谓. 其实, 阅读物理教材和有关物理报刊, 对学好物理是相当重要的, 要想预习、复习得好, 就离不开阅读.

要提高阅读效果, 应注意抓住以下几点:

一、阅读中要抓住关键的字和词. 例如“实验室常用的水银温度计, 它的主要部分是一根内径很细而且均匀的玻璃管…….”“内径很细”就使得由于温度变化而引起的玻璃管内液柱长度 (液面位置) 的变化明显, 也就是温度计对温度的反应灵敏; “均匀”就是强调玻璃管如果粗

细不均将造成刻度的不匀。由此推论：内径越细，水银泡的容积越大，温度计测量的准确性就越高。再如“燃烧值”概念中的“完全燃烧”；匀速直线运动概念中的“在相等的时间内通过的距离都相等”；光的折射现象中的“传播方向通常会改变”等。这样的关键词、句，对理解有关概念是相当重要的。

二、阅读时把原有概念反转成其它表示形式并判断它的正误，以加深对原概念的理解。此法也可称为“联想阅读”。如“质量相等的不同物质升高相同的温度，吸收的热量不等”反转成“质量相同的不同物质吸收相等的热，升高的温度不等”或“质量不同的相同物质升高相同的温度，吸收的热量不同”。说法不同，意思一样，再如“要得到持续电流必须有电源”反转成“有电源就能得到持续电流”，就错了。又如“一切物体在没有受到外力作用时，总保持静止状态或匀速直线运动状态”，反转成“保持静止状态或匀速直线运动状态的物体都是没有受到外力作用”，也不对。

三、阅读中注意比较，即类比学习。如学习压强公式 $p = \frac{F}{S}$ 与 $\rho = \frac{m}{V}$ 比较， ρ 是物质的特性，它和 m 、 V 无关，只是用 m 与 V 的比值表示；而 p 是力的作用效果，它既与 F 有关也与 S 有关（与 F 成正比与 S 成反比）。类似的“ $R = \frac{U}{I}$ ”跟“ $I = \frac{U}{R}$ ”也可比较。又如，从相同质量的不同燃料完全燃烧放出的热量不一样，类比定义密度的方法引出“燃烧值”；再如，“惯性”与“惯性定律”，前者表示物体的性质，它与物体的运动与否、受力与否都无关，仅与物体的质量有关，而后者则表明的是物体的运动定律，它与物体受不受外力，受什么样的外力有关。

四、阅读中还要注意用笔做各种符号把原概念割裂开来逐项分析，在相应处及时记下悟出的思路，加深理解，促进记忆。富有智慧的革命导师列宁说过：“如果不把不间断的东西隔断，不使活生生的东西简单化、粗糙化，不加以割碎，不使之僵化，那么我们就不能想象、表达、测量、描述运动。思维对运动的描述，总是粗糙化、僵化。不仅思维是这样，而且感觉也是这样；不仅对运动是这样，而且对任何概念都是这样。”如对“同一物质的凝固点跟它的熔点相同”割裂，“凝固点”与“熔点”两者实际上是晶体固体与晶体溶液的物态转化温度，相等也就不容置疑。这种方法对审判断与综合性习题尤为有效。

总之，我们在阅读中要眼到、手到、心到，采取比较、联想等多种方法对原概念加深理解，提高效能。

怎样观察化学实验

江新

俄国杰出的生理学家巴甫洛夫说：应当先学会观察，不学会观察，你就永远当不了科学家。化学是一门以实验为基础的学科。学生通过对大量实物和化学实验现象的观察，可以获得丰富的感性知识，这有助于理解和记忆所学的化学知识，有利于发展学生的智力。因此，观察是学习化学的一种重要方法。那么，应当怎样观察化学实验呢？

一、明确目的，抓准重点

明确观察目的就是要懂观察什么。而任何化学实验现象总是多方面的，只有知道要观察什么，才能自觉地集中注意力去认真地观察那些与目的有关的事物和现象，才能抓准观察的重点。否则，往往会因注意力集中于感兴趣的现象而忽视了主要的实验现象，这样就达不到观察的目的。如在观察镁带燃烧的实验时，如果知道了实验的目的是要根据有新物质生成来学习化学变化这一概念，就不会只被“耀眼的强光”所吸引而忽视了生成“白色粉末”这一重要现象。

二、全神贯注，一丝不苟

有些实验反应非常迅速，现象稍纵即逝，这就需要做到认真细致的观察。如铁丝在氧气中的燃烧实验，反应速度较快，学生往往只能观察到“火星四射”的现象，稍不细心，就观察不到落在集气瓶的水中或砂层上的“黑色固体”这一重要现象，这样就难以通过这一实验形成铁丝在氧气中燃烧生成黑色的四氧化三铁的概念。

全神贯注还要求运用各种感官来进行观察。由于化学变化是复杂多样的，观察化学实验时，不仅要用眼看，还要用鼻闻、耳听、甚至用手摸（热量的变化），这样才能全面、正确地掌握物质及其性质的特点。

三、“观”“思”结合，抓住“门道”

观察化学实验，不能“只看热闹，不看门道”，要在观察的同时开动脑筋，积极思维，学会透过现象抓住本质。比如，观察蜡烛在盛有氧气的集气瓶里燃烧的实验，看到蜡烛燃烧后，向集气瓶里倒进的澄清石灰水变浑浊时，就应联想到有二氧化碳生成；在观察制取氧气的实验时，就要思考“盛有固体试剂的试管为何要略向下倾斜？”……把观察与思维结合起来，就能透过现象抓住本质，既知其然，又知其所以然。

四、掌握观察实验的方法和规律

掌握观察实验的基本方法和规律，对提高观察的效率和发挥自己的观察能力有着重大的意义。一般来讲，应先观察仪器装置，再观察物质及其变化，最后观察生成物，即要详细观察实验从开始到结束的全过程。如观察仪器装置时，先观察整体，再找出中心部位或关键部位；观察物质时，先观察物质的状态、颜色、气味等；观察物质变化时，要注意反应过程中出现的各种现象和特征，如溶解、熔化、吸热、放热、发光、燃烧、爆鸣、生成气体、生成沉淀等。

五、正确记录实验现象

正确记录实验现象有两层含义：一是要有实事求是的态度。观察到的是什么就应记录什么，如果观察到的现象和数据与预期的或书上的有偏差也不能随意改动，而要一边如实记录，一边分析原因，甚至重做实验。二是要掌握正确的记录方法。有的学生在记录实验现象时往往用预先知道的结论来代替观察到的现象，如将加热碳酸氢铵的现象记为“有水、氨气和二氧化碳生成”，混淆了“现象”与“结论”的区别。正确的记录方法是只能记录感官所感知到的事物的表面特征。

复习参考

怎样进行初中代数总复习

一、知识梳理

1. 数：有理数、实数的有关概念及其运算。

2. 式：有理式、无理式、指数式的概念、性质与运算，多项式在有理数、实数范围内的因式分解。

3. 方程（组）：方程同解原理，一次、二次方程（组）、高次方程、分式方程（组）、无理方程（组）的概念、解法，以及列出方程（组）解应用题。

不等式（组）：不等式基本性质，一元一次不等式（组）、一元二次不等式和简单的绝对值不等式的概念、解法，在数轴上表示不等式（组）的解。

4. 函数及其图象：平面直角坐标系，函数的有关概念，正比例函数、反比例函数、一次函数、二次函数的概念、性质及其图象，锐角三角函数的概念，利用锐角三角函数解直角三角形，利用锐角、钝角三角函数和余弦、正弦定理解斜三角形。

5. 统计初步：常用的数据处理方法。

6. 数学思想方法：用字母和符号表示数、式、函数、集合、对应，数形结合，已知与未知、特殊与一般互相转化等基本数学思想；消元、降次、配方、换元等基本的数学方法以及因式分解的各种基本方法。

7. 逻辑推理：对代数式、方程（组）、不等式（组）的变形以及对重要公式的推导。

二、综合训练

总复习的时间有限，在把全部学过的知识梳理一遍以后，就可以直接用过去各地使用的中考试题进行综合训练。这样的成套试题，大多数题目都不难，应该满怀信心地进行解答。现提供以下几点供参考：

1. 试题可选择 1991~1994 年范围内由本省、自治区或直辖市使用的。如果自己的学校不在北京、天津或上海，那么对这三大城市使用的试题也应当尝试解答。

2. 解题时不要查书，不要问别人，就是保证独立完成。做完后再与标准解答进行核对。核对时要仔细，弄清以下几个方面：

(1) 错在哪里？为什么发生这样的错误（找出自己在知识、技能或能力上的缺点）？以后应该怎样改正？

(2) 自己的解答与标准答案不一样时，还要仔细检查自己是否利用了教科书上没有出现的定理、公式或法则，如果利用了，以后就要注意以教科书上出现过的定理、公式或法则为准。其次是检查是否跳步，如果将大的解答步骤一跃而过，那是不可以的。

(3) 时间：每道填空题和选择题的解答时间分别平均不超过 1 分钟和 2 分钟。全卷上的代数题目和代数、几何的综合题目加起来，其解答时间不能超过 90 分钟。

(4) 分数：试卷上已标明了每道题的分数，把自己的解答与标准答案核对，确定自己的分数。给自己评分时宁严勿宽。把自己所得的分数之和除以这些题目的满分之总和，算出自己所得分数占的百分比，再分析这一百分比符合不符合学校和自己的要求。

三、数形结合

“数形结合”既是一种基本数学思想，也是总复习时的一项基本原则。它往往是数学试卷中分数最多的“压卷题”的设计和解答的一把钥匙。这种压卷题的内容常常属于教科书中“函数及其图象”、“解三角形”和“相似三角形”、“圆”等章节，当然也要应用前面一些章节学过的知识。这种试题的目的就是要考查同学们综合、灵活地运用学过的代数、几何知识的能力。

例如某地中考有这样一道压卷题（满分8分）：

已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 与 x 轴交于 A、B 两点（A 点在 B 点的左边），且 A、B 两点的横坐标分别是方程 $x^2 - 2x - 3=0$ 的两个实数根，又点 C (0, m) 在抛物线上，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ 。

(1) 求 A、B 两点的坐标；

(2) 求 a 的取值范围；

(3) 求 y 取最大值时的抛物线的解析式；

(4) 若 y 取最大值时的抛物线的顶点为 M，求 $\triangle ABM$ 的外接圆的直径。

这是一道很好的试题，它综合考查了两点间的距离公式、二次函数（抛物线）、一元二次方程、一元二次不等式、余弦概念和余弦定理、三角形的外接圆和它的直径、以及相交弦定理等基础知识。解答这道题目，要先画出草图帮助分析，然后逐步迈过以下台阶：

台阶1： $AB^2=AC^2+BC^2 - 2AC \cdot BC\cos C = AC^2+BC^2$ （因为 $\cos C = 0$ ），这里考查了放缩法（即不等式基本性质1）。

台阶2：判定 m 取正值，这里考查了二次函数图象的性质。

台阶3：通过 $ax^2 + bx + c = a(x+1)(x-3)$ 舍去 b, c 并求得 $-\frac{\sqrt{3}}{3} < a$ ，这里考查了二次函数与相应的一元二次方程或二次三项式的联系。

台阶4：求出 $y_{\text{最大值}} = -4a$ ，显然，当且仅当 a 取最小值 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 时，这个 $y_{\text{最大值}}$ 达到最大，即 y 达到最大，由此得到抛物线的解析式为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 。

中考复习漫谈

杨裕前

中考，具有检查评估初中教学质量，评定学生成绩，并为高一级学校录取新生提供依据的功能，是一次重要而严格的考试。

中考数学试题考查的内容，大体可分为基础知识、基本技能和基本思想方法等三个方面。

通常，考查基础知识、基本技能的试题，在中考试卷中占有较大的比例（70%左右）、且难度不大。因此，在初中数学学习中，要注重正确理解各个知识点（而不是死记硬背）。比如，若 $\sqrt{x^2} = -x$ ，则根据算术平方根的意义， $-x$ 不是负数，可知 x 应是零或负数。此外，在初中数学总复习中，更要注意弄清知识之间的联系与区别。如果把所学的一个知识比喻为一本“书”的话，那么有了几百本“书”（知识点）以后，

一定要像整理图书那样，把它们按内容进行分类，放在“书架”上（即使所学的知识形成有序的结构）。有序的而不是杂乱无章的知识，才便于提取并能正确而熟练地应用。比如，计算 a^3+a^3 , $a^3 \cdot a^3$, $(a^3)^2$...等式子，应分别应用合并同类项、同底数幂相乘和幂的乘方法则，不能把它们混淆。又如，由 $-2x=4$ 可得 $x=-2$ ；而由 $-2x>4$ 得 $x>-2$ 是错误的。这是因为不等式具有与等式不同的性质；再如 $(ab)^2=a^2b^2$, $(a+b)^2$

a^2+b^2 ；类似地 $\sqrt{ab}=\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a>0, b>0$)，而 $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ 等等。这些都说明貌似“相同”的知识常常是有区别的。

正确、熟练地掌握计算、识图、数学语言的理解和表达基本技能，是学好数学（中考取得好成绩）的基础。其中，计算技能尤为重要。笔者认为：那种在作业、考试中常见的“一看就会，一做就错”的现象，不能轻描淡写地说成“粗心”，而应认真地、具体地加以分析，找出产生错误的原因，从而切实地改正。事实上，这类所谓“粗心”的错误，固然与知识的理解、技能的掌握与熟练有关，但这并不是主要的，它与短暂记忆能力、“注意”的分配能力以及计算的习惯、态度和责任心有着更为密切的关系。例如，

$$\frac{5}{2x+4y} + \frac{3x-4y}{4y^2-x^2} = \frac{5x-10y-6x+8y}{2(x+2y)(x-2y)}$$

这步计算中，把多项式降幂排列、分解因式、找各个分母的公分母、分式变号、去括号等多种任务一次完成（俗称“跳步”计算），如果短暂记忆能力不强，心算就会发生错误；如果不能很好地“分配”自己的注意力（即在同一时间里兼顾到几件事情），那么就可能发生计算或符号的错误（如把“+8y”写成“-8y”）。因此，平时做作业、练习，要克服匆匆忙忙赶完了事的坏习惯；要自觉养成少跳步、多检验，讲究计算正确的好习惯；在考试时，要努力做到：凡是会做的题都要“一次做对，一分不漏”。

掌握数学中常用的、基本的思考问题的方法，是学好数学的根本保证。中考试卷中，也往往把考查数学思想方法的题作为“把关题”。所以，只有掌握分析与综合，归纳与概括，分类与类比，变换与转化等思考问题的方法，才能在中考中取得优秀的成绩。

下面以一些问题为例，说明数学思想方法在解题中的应用。

问题 1 平面上有 A、B、C、D 四点，过其中的每两点画直线，可以画几条直线？

解答本题，应考虑 A、B、C、D 四点各种可能的位置关系，即这四点中没有任何三点在同一条直线上，四点中有且只有三点在同一条直线上，四点都在同一条直线上这三种情形，因而可以画 6 条、或 4 条、或 1 条直线。

如果不这样分类讨论，解答就会错误。本题主要考查的是“分类”的思想方法。

“分类”是数学中的一种重要的思想方法，有着广泛的应用，除了像上题那样对图形的位置关系分类外，更多的是数的分类，其中，最常见、最重要的有两种：1. 研究一个数的问题，常分为这个数是正数、是零、是负数这三种情形，如绝对值、算术根等概念的定义；2. 研究两个数的问题，常分为这两数同号、两数异号、两数中至少有一个为零这三

种情形。

问题 2 甲从 A 地出发到 B 地走 12 小时，乙从 B 地出发到 A 地需走 10 小时，若甲走了 1 小时后乙出发，问乙走了几小时后与甲相遇？

解答本题，若套用行程问题的方法难以求解，事实上，这个问题可以变换为如下的问题：

一项工程，甲独做 12 小时完成，乙独做 10 小时完成，若甲先做 1 小时后乙开始工作，问乙工作几小时后完成任务？

求解这个工程问题就会觉得较容易。由此可见，从变换的思想方法，常常可以使困难的问题变得较为简单，把陌生的问题变得较为熟悉，从而易于解决。

问题 3 1. 已知 $x=3$ 时， $x^2 - 2x+m$ 的值为零，求 m 的值；

2. 已知方程 $x^2 - 2x+m=0$ 的一个根是 3，求 m 的值和方程的另一个根；

3. 已知抛物线 $y=x^2 - 2x+m$ 与 x 轴交于点 $(3, 0)$ ，求 m 的值和抛物线与 x 轴的另一个交点。

不难看出，上述三个问题的实质相同，是同一个问题的不同形式，这就是对同类问题进行了归纳和概括。

类似地，用这种思想方法研究关于一元二次方程的问题，可以发现：关于方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的各种形式、类型的问题，都可以归结为系数 a, b, c ，以及两根 x_1, x_2 （或 $x_1+x_2, x_1 \cdot x_2$ ）这五个数值中，已知其中的三个数值，求另外两个的值。比如，已知 a, b, c 的值，求 x_1, x_2 ，就是解一元二次方程；又如，上题的第 2 题，就是已知 a, b, x_1 的值，求 c 和 x_2 等等。像这样，我们就能把许多问题的共同本质看透，而不必为各种各样的题型所苦恼，解题就可能比较得心应手了。

问题 4 一个二次函数的图象向下平移了 3 个单位，再向左平移 2 个单位，所得抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{3}x^2$ ，求这个二次函数。

求解本题，只要用“倒过来”（逆向）的方法思考，即所求的二次函数的图象是由 $y = \frac{1}{3}x^2$ 的图象向右平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位得到的。这样，就不难知道这个二次函数是 $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 。

问题 5 若一个直角三角形两边的长为 3, 4，则第三边的长是多少？

解答：第三边的长是 5，或 $\sqrt{7}$ ，你想到了 $\sqrt{7}$ 这个答案吗？如果遗漏了，就说明你思考问题不够周密。

类似地，你可能认为：有两个角和一条边相等的两个三角形全等。其实，这样的两个三角形不一定全等。比如，两块含 45° 角的三角板，其中一块的斜边与另一边的直角边相等，但这两个三角形不全等。由此可见，思考问题要周到、细致、缜密。

作图题浅析

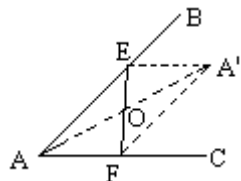
任垦

初中《几何》一、二册通过例题、习题给我们展现的作图题有十几个类型，内容丰富多彩。近年来各地的中招考试中也出现了不同层次的

作图题，现将几种基本作图归纳如下：

一、对称作图 对称作图的关键是作出对称点．因为对称线段、三角形、四边形都是由对称点决定的．

例 1 如图，在 $\triangle BAC$ 内有一点 O ．求作：过 O 而两端在 AB 、 AC 上的线段，且它被 O 点平分．



分析：联想平行四边形是中心对称图形，因此可以作一个以 O 为对称中心的平行四边形且使一条对角线的两端点分别在 AB 、 AC 上．

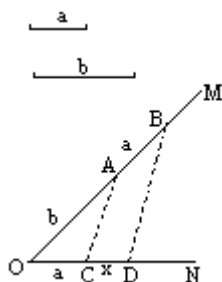
解：1．作点 A 关于 O 的对称点 A' ；

2．过 A' 分别作 $A'E \perp AC$ ， $A'F \perp AB$ ，交点分别为 E 、 F ，连结 EF 必过点 O ，且 $EO=FO$ ，线段 EF 即为所求．

二、第四比例项作图 即作一线段 $x = \frac{ab}{c}$ ，其中 a 、 b 、 c 都为已知

线段，此时需将 $x = \frac{ab}{c}$ 化为 $\frac{c}{b} = \frac{a}{x}$ ．

例 2 已知：线段 a 、 b ．求作： x ，使 $a^2=bx$ ．（尺规作图，保留作图痕迹，写出作法）



分析：把 $a^2 = bx$ 改为 $\frac{b}{a} = \frac{a}{x}$ ，则此题为求 b 、 a 、 a 的第四比例项．

解：如图．

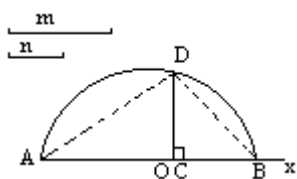
1．以 O 为端点作两条射线 OM 、 ON ；

2．在 OM 上顺次截取 $OA=b$ ， $AB=a$ ；在 ON 上截取 $OC=a$ ；

3．连结 AC ，过点 B 作 $BD \perp AC$ 交 ON 于 D ，则 CD 就是所求线段．

三、比例中项作图 作一线段 $x = \sqrt{ab}$ ，其中 a 、 b 都是已知线段，作此线段通常利用射影定理．

例 3 已知线段 m 、 n ．求作：线段 x ，使 $x^2=mn$ （只写作法，不写证明）．



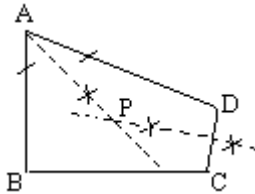
解：如图．

1．作射线 Ax ，在 Ax 上依次截取 $AC=m$ ， $CB=n$ ；

2. 以 AB 为直径作半圆 O ，过 C 作 $CD \perp AB$ 交圆 O 于 D ，则线段 CD 即为所求。

四、交轨作图题 所求点应具备两个性质。作图方法是先放弃第二个条件求出适合第一个条件的轨迹，然后再放弃第一个条件求出满足第二个已知条件的轨迹。这两个轨迹的交点即所求的点。

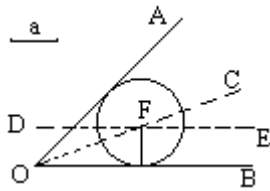
例 4 如图，已知四边形 $ABCD$ ，求作：一点 P ，使它到 AB 、 AD 的距离相等，并且到 C 、 D 两点的距离也相等。（用圆规和直尺作图，不要求写已知、求作、作法和证明，但须保留作图痕迹）



分析：弄清到角两边等距的点的轨迹是该角的平分线，到线段两端等距的点的轨迹是此线段的垂直平分线，则作图问题就解决了。

例 5 已知： $\angle AOB$ 和线段 a 。求作：一个圆，使它与 $\angle AOB$ 的两边相切且半径等于 a 。

分析：要做一圆须确定圆心和半径。今已知半径，故只须确定圆心的位置。由题意知，圆心在 $\angle AOB$ 的平分线上又在与角一边相距为 a 的平行线上。

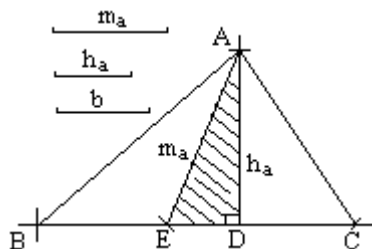


解：如图。

1. 作 $\angle AOB$ 的平分线 OC ；
2. 作直线 $DE \parallel OB$ ，并且使 DE 与 OB 的距离为 a ， DE 与 OC 相交于 F ；
3. 以 F 为圆心， a 为半径作 $\odot F$ ，则 $\odot F$ 就是所求的圆。

五、奠基作图 所求图形的某一部分（三角形）可以作出来，用它来奠定全图的基础，然后作出其他部分，这叫做奠基作图法。

例 6 已知：一边 b ，另一边上的高 h_a 及中线 m_a ，求作三角形。



解：如图。

1. 以 m_a 、 h_a 分别为斜边和直角边作 $\text{RT} \triangle AED$ （奠基三角形），使 $\angle ADE = 90^\circ$ 。

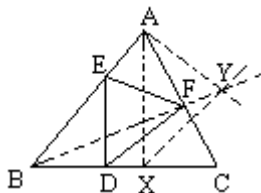
2. 以 A 为圆心， b 为半径画弧交 ED 的延长线于 C ；

3. 延长 CE 到 B 使 $EB = EC$ ，连结 BA ， AC ，则 $\triangle ABC$ 即为所求。

六、位似作图 （《几何》第二册 53~58 页）顾名思义所作图形

与原图形相似但位置不同。

例 7 如图，任给锐角三角形 ABC ，问在 BC 、 CA 、 AB 上是否各存在一点 D 、 F 、 E ，使 $DE \perp BC$ ， $DF \perp CA$ ， $EF \perp AB$ ，并证明你的结论。



解：如图，先作 $AX \perp BC$ ， $AY \perp AB$ ， $XY \perp AC$ ， AY 与 XY 相交于 Y 。于是 AXY 的三边垂直于 ABC 的三边。下面只需将 Y 移到 AC 上即可。连结 BY 交 AC 于 F ，过 F 作 $FE \perp AB$ ， $FD \perp XY$ 分别交 AB 于 E ，交 BC 于 D ，连结 DE ，则 $\triangle EDF$ 即为所求（证明略）。

选择题解题技巧九法

施辉国

1. 直接判断法 从备选答案中，直接判断出正确答案的解题方法称为直接判断法。

例 1 不同元素间肯定不相同的是 []

- A. 质子数
- B. 中子数
- C. 电子数
- D. 最外层电子数

答案为 A。

2. 排除法 根据题目中所给条件，逐一排除与题无关的选项，找出正确答案的方法为排除法。

例 2 下列现象一定发生了化学变化的是 []。

- A. 固体物质受热变成了气态
- B. 一种混合物变成了几种纯净物
- C. 有发光发热现象发生
- D. 生成了新的物质

分析：固体物质受热变成气体有两种情况：一种仅是状态的变化（“升华”现象），是物理变化；另一种是状态的改变，是新物质产生伴随发生的现象，是化学过程。一种混合物变成几种纯净物不一定是化学变化；发光发热现象的产生并不一定发生化学变化（如灯泡发光），因此正确答案为 D。

3. 守恒法 利用化学反应前后（如物质质量，原子个数等）或物质组成（如溶液稀释前后的溶质质量等）的等值关系，推理得到正确答案的方法称为守恒法。

例 3 有一由 Na^+ 、 Mg^{2+} 、 Cl^- 、 SO_4^{2-} 离子组成的溶液。 Na^+ 、 Mg^{2+} 、 Cl^- 的个数比为 3:7:9，若已知 Na^+ 的个数为 $3n$ ，则溶液中 SO_4^{2-} 离子的个数为 []。

- A. $3n$
- B. $4n$
- C. n
- D. $6n$

分析：因为电解质溶液呈电中性，电解质溶液中正电荷总数等于负电荷总数。 Na^+ 、 Mg^{2+} 、 Cl^- 离子的个数比为 3:7:9，溶液中正电荷总数为

17n, 则 SO_4^{2-} 离子带的负电荷总数为 $17n - 9n = 8n$, 离子个数为 $4n$. 答案为 B.

4. 平均值法 利用物质的某些量 (如质量、式量、相对原子质量、质量分数等) 的平均值求解得到正确答案的方法称为平均值法.

例 4 已知含氮化合物杂质的 NH_4NO_3 中, 氮元素的质量分数为 38.5%, 则杂质可能是 ().

- A. NH_4Cl B. NH_4HCO_3
C. $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ D. $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$

分析: NH_4NO_3 中氮元素的质量分数是 35%, 因此 NH_4NO_3 中含有一种氮元素质量分数大于 38.5% 的物质. 故答案为 D.

5. 差量法 利用化学反应前后物质的某些量 (如质量、体积等) 的增减的差值找出正确答案的方法称为差量法.

例 5 将 10 克 CuO 的混合物用一定量的 H_2 还原, 完全反应后得固体质量为 8.4 克, 则参加反应的 CuO 的质量分数是 [].

- A. 64% B. 80% C. 54% D. 90%

分析: 反应前后固体质量减少是氧化铜失氧的缘故. 80 克 CuO 失去 16 克氧, 现失氧 $10 \text{ 克} - 8.4 \text{ 克} = 1.6 \text{ 克}$, 参加反应的 CuO 质量为 8 克. 答案为 B.

6. 关系式法 通过几个相关的化学方程式得到已知量与待求量之间的关系式求解的方法称为关系式法.

例 6 24.5 克 KClO_3 完全分解后产生的氧气与过量 H_2 反应生成水的质量是 [].

- A. 10.8 克 B. 5.6 克 C. 9.8 克 D. 9.6 克

分析: 由 KClO_3 分解和水的生成反应得到:

$2\text{KClO}_3 \sim 3\text{O}_2 \sim 6\text{H}_2\text{O}$ 的关系式. 可计算水的质量为 10.8 克. 答案为 A.

7. 分析比较法 在答案选择项中进行分析, 相互比较或将答案选择项变形成同一形式, 再进行对比分析, 从而找出符合题意的正确答案的方法称为分析比较法.

例 7 加热等质量的物质使之完全反应, 得到氧气最多的是

- [].
A. KClO_3 B. KMnO_4
C. KClO_3 和 MnO_2 D. KClO_3 和 KMnO_4

分析: 等质量的 KClO_3 和 KMnO_4 完全分解后, 产生氧气较多的是 KClO_3 , MnO_2 是 KClO_3 分解的催化剂, 不产生 O_2 . 正确答案为 A.

8. 推理判断法 根据题目的特点, 利用物质质量、组成等, 进行分析、推理、判断, 从而得出正确答案的方法称为推理判断法.

例 8 在 CuO 和 Fe 粉的混合物中, 加入一定量的稀硫酸并微热, 反应停止后, 滤出不溶物, 再向滤液中放入一根铁钉, 片刻后取出, 发现铁钉并没有起任何变化, 根据上述现象, 可以确定结论正确的是 [].

- A. 不溶物一定是铜
B. 不溶物一定是铁
C. 不溶物中一定含有铜, 但不一定含有铁

D. 溶液中一定含有 FeSO_4 ，但不一定含有 CuSO_4

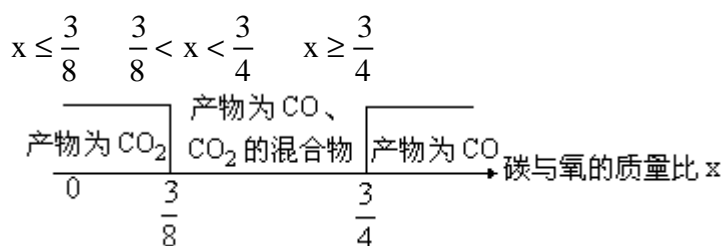
分析：滤液中放入铁钉，铁钉无任何变化，说明溶液中一定没有 Cu^{2+} ，原溶液中的 Cu^{2+} 被 Fe 还原转移到不溶物中去了，不溶物中一定含有铜。问题是铁是否存在于不溶物中，有两种情况要考虑：一种是所含铁粉恰好用完，铜刚好被置换；其次是反应的结果是铁粉有剩余，剩余的铁粉在不溶物中，故答案为 C。

9. 讨论法 根据题目的特点，在有一不确定量存在时，解题不确定量变为确定量，进行分析、讨论找出正确答案的方法称为讨论法。

例 9 3 克木炭和 5 克氧气在密闭容器中完全反应，下列叙述中正确的是 []。

- A. 产物全部是 CO
- B. 产物全部是 CO_2
- C. 产物是 CO 和 CO_2 的混合物
- D. 木炭过量、产物为 CO

分析：两种反应物的质量都知道时，一般必有一种过量，此题的关键是化学反应不确定，碳与氧反应可能会按两个反应进行： $2\text{C} + \text{O}_2 \xrightarrow{\text{点燃}} 2\text{CO}$ 、 $\text{C} + \text{O}_2 \xrightarrow{\text{点燃}} \text{CO}_2$ ，根据上述反应分 3 种情况讨论：用数轴图示如下：



题中数据 $x = \frac{3}{5}$ ($\frac{3}{8} < \frac{3}{5} < \frac{3}{4}$)，故正确答案为 C。

巧思妙解

数学 1~8

例1 解方程组
$$\begin{cases} xy + x + y = 19 \\ yz + y + z = 29 \\ zx + z + x = 23 \end{cases}$$

解：给每个方程的两端都加上 1。方程左端分解因式，原方程组可化为

$$\begin{cases} (x+1)(y+1) = 20 \\ (y+1)(z+1) = 30 \\ (z+1)(x+1) = 24 \end{cases}$$

× × ，得

$$[(x+1)(y+1)(z+1)]^2 = 20 \times 30 \times 24 .$$

$$(x+1)(y+1)(z+1) = \pm 120 .$$

分别除以 、 、 ，

$$\text{得} \begin{cases} x+1 = \pm 4 \\ y+1 = \pm 5 \\ z+1 = \pm 6 \end{cases}$$

$$\therefore \text{原方程组的解为: } \begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 4 \\ z_1 = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 5 \\ y_2 = 6 \\ z_2 = 7 \end{cases}$$

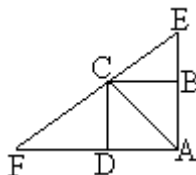
(陕西 张金锁)

例2 如图,点C在Rt AEF的斜边EF上,四边形ABCD是正方形.求证 $AE+AF = 4AB$.

证明: 设 $AE=m$, $AF=n$, $AB=a$, 连结AC, 则

$$S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}am + \frac{1}{2}an = \frac{1}{2}a(m+n).$$

$$\text{又 } S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}mn, \text{ 故 } a(m+n) = mn.$$



设 $m+n=p$, 则 $mn=ap$. 那么上式可化成以 m 、 n 为二实根的一元二次方程 $x^2 - px + ap = 0$.

m 、 n 是实数, 且 $p > 0$.

$$= (-p)^2 - 4ap \geq 0, \text{ 而 } p \geq 4a.$$

即 $AE+AF = 4AB$.

(江苏 孙士达)

例3 M是Rt ABC的斜边BC的中点, P、Q分别是AC、AB上的点. 求证: $\triangle MPQ$ 的周长大于BC.



证明: 设M关于AC、AB的对称点分别为 M' 、 M'' , 连 MA 、 $M'P$ 、 $M'A$ 、 $M'Q$ 、 $M''A$.

由对称性及 $\angle BAC=90^\circ$, 易知 $M'AM''$ 在一直线上. 又 $M'A = M''A = MA$, $MA = \frac{1}{2}BC$, 因此 $M'M'' = BC$.

又由对称性可知 $M'P=MP$ 、 $M''Q=MQ$, 但 $M'P+PQ+QM'' > M'M''$, 故 $MP+PQ+QM > BC$, 即 $\triangle MPQ$ 的周长大于BC.

(安徽 王秉春)

例4 已知 a 是方程 $x^2 + x - \frac{1}{4} = 0$ 的根, 则 $\frac{a^3 - 1}{a^5 + a^4 - a^3 - a^2}$ 的值等于

().

解： \ominus a 是方程 $x^2 + x - \frac{1}{4} = 0$ 的根，

$$\therefore a^2 + a - \frac{1}{4} = 0, a^2 + a = \frac{1}{4}.$$

$$\begin{aligned} \text{又 } \ominus \frac{a^5 + a^4 - a^3 - a^2}{a^3 - 1} &= a^2 + a - 1 + \frac{1}{a^2 + a + 1} \\ &= \frac{1}{4} - 1 + \frac{1}{\frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{20}. \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a^3 - 1}{a^5 + a^4 - a^3 - a^2} = 20.$$

(浙江 董里银)

例 5 若 m 、 n 是二次方程 $x^2 + 1994x + 7 = 0$ 的两根，那么 $(m^2 + 1993m + 6) \cdot (n^2 + 1995n + 8)$ 等于 [].

A. 2000 B. 1994 C. 1986 D. 7

解：由题意，知 $m+n = -1994$ ， $m \cdot n = 7$ 。

又 $m^2 + 1994m + 7 = 0$ ， $n^2 + 1994n + 7 = 0$ ，

$$m^2 + 1993m + 6 = -(m+1),$$

$$n^2 + 1995n + 8 = n+1.$$

$$\text{原式} = -(m+1)(n+1)$$

$$= -(mn + m + n + 1)$$

$$= -(7 - 1994 + 1) = 1986.$$

故应选 C.

(山东 王德刚)

例 6 如果 $60^a = 3$ ， $60^b = 5$ ，求 $12 \frac{1-a-b}{2(1-b)}$ 的值。

解： \ominus $60^b = 5$

$$\therefore \frac{60}{60^b} = \frac{60}{5} = 12$$

$$\text{即 } 60^{1-b} = 12, 12 \frac{1}{1-b} = 60, 12 \frac{1}{2(1-b)} = 60 \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore 12 \frac{1-a-b}{2(1-b)} &= \left[12 \frac{1}{2(1-b)} \right]^{1-a-b} \\ &= \left(60 \frac{1}{2} \right)^{1-a-b} = \left(60^{1-a-b} \right) \frac{1}{2} \\ &= \left(\frac{60}{60^a \cdot 60^b} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{60}{3 \times 5} \right)^{\frac{1}{2}} = 2, \end{aligned}$$

$$\text{即 } 12 \frac{1-a-b}{2(1-b)} = 2$$

(江苏 王明升)

例 7 求系数 a 、 b 、 c 间的关系式，使方程组

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c = 0 \\ bx^2 + cx + a = 0 \\ cx^2 + ax + b = 0 \end{cases} \quad \text{有实数解.}$$

解：将三个方程相加，得

$$(a+b+c)x^2 + (a+b+c)x + a+b+c = 0,$$

$$\text{即 } (a+b+c)(x^2+x+1) = 0.$$

$$\ominus \quad x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \neq 0,$$

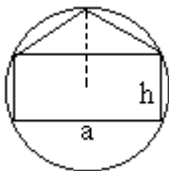
$$\therefore a + b + c = 0.$$

若 $a+b+c=0$ ，则 $x=1$ 为方程组的解。

所以当 $a+b+c=0$ 时，方程组有实数解，解为 $x=1$ 。

(江苏 徐标)

例 8 在一个半径为 1 的圆内，有一个底为 a 高是 h 的内接矩形，还有一个底为 a 的内接等腰三角形（如图所示）。求 h 的值使矩形和三角形的面积相等。



解：首先，由对称性可知，等腰三角形底边上的高等于 $1 - \frac{h}{2}$ 。

其次，根据三角形与矩形面积相等，得 $ah = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(1 - \frac{h}{2}\right)$

$$\text{即 } h = \frac{2-h}{4}$$

$$\text{所以 } h = \frac{2}{5}.$$

(江苏 李同林)

竞赛园地

质数 合数 奇数 偶数

殷堰工

在初中数学竞赛题中，最常见的数字问题大多是有关质数、合数、奇数和偶数的问题。下面，我们就这四种数及其性质，结合题目予以说明。

一、基本概念

一个大于 1 的整数，如果它的正因数只有 1 和它本身，就叫做质数，也称为素数，否则称为合数。据此，把自然数分类，就有：

自然数 $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{质数} \\ \text{合数} \end{array} \right.$

如果把自然数扩充到整数，以能否被 2 整除进行分类，则有两大类：奇数和偶数。奇数是指那些不能被 2 整除的整数；偶数则是能被 2 整除的整数。

由上述概念，容易得到以下明显的性质：

1. 偶数 \pm 偶数=偶数；奇数 \pm 奇数=偶数；
2. 奇数 \pm 偶数=奇数；奇数 \times 奇数=奇数；
3. 奇数 \times 偶数=偶数；偶数 \times 偶数=偶数；
4. 2 是质数中唯一的偶数。

二、应用举例

利用上述基本概念可以解决如下一类竞赛题。

例 1 若三个质数 p 、 q 、 r 满足 $p < q < r$ ，且 $p+q=r$ ，求 p 。

分析：在通常情况下，一个含有三个未知数的方程的解是不确定的，但必须注意题设中 p 、 q 、 r 均为质数这个条件。

解：若 p 、 q 均为奇质数，则 r 必为偶数，且 $r > 2$ ，此时 r 为合数。这与题设矛盾。

因此， p 、 q 必有一个为偶数。注意到既是质数又为偶数的只有 2 且是最小质数，结合题设条件 $p < q < r$ ，从而必有 $p=2$ 。

例 2 求这样的质数，当它加上 10 和 14 时仍为质数。

分析：由于质数的分布不规则，我们只能从最小的质数试验起，希望由此找到所要求的质数，然后再加以证明。

解： $2+10=12$, $2+14=16$,

质数 2 不适合；

$3+10=13$, $3+14=17$,

质数 3 合要求；

$5+10=15$, $5+14=19$,

质数 5 不适合；

$7+10=17$, $7+14=21$,

质数 7 不适合；

$11+10=21$, $11+14=25$,

质数 11 不适合；……

观察上面可知，3 符合题设要求，但符合题设要求的质数是否只有 3 呢？

设 p 为符合条件的质数 p 被 3 除有三种情况 $p=3k+1$, $p=3k+2$, $p=3k$ 。

对于第一种情况有 $p+14=3k+15$ ，第二种情况有 $p+10=3k+12$ ，均能被 3 整除，是合数。因此， p 只能是 $3k$ 的形式。但 p 又是质数，故只能 $k=1$ ，即 $p=3$ 。

例 3 设 a 、 b 、 c 、 d 是自然数，且 $a^2+b^2=c^2+d^2$ ，

证明： $a+b+c+d$ 一定是合数。

分析：所给条件是二次式，结论是一次式，要从二次向一次过度，需找出一个约数来。

证明：设 m 和 n 是任意两自然数，则 m^2 的奇偶性与 m 相同，同样 n^2 与 n 也相同。于是 m^2+n^2 与 $m+n$ 的奇偶性相同。由 $a^2+b^2=c^2+d^2$ 知 a^2+b^2 与 c^2+d^2 或者都是奇数，或者都是偶数。从而 $a+b$ 与 $c+d$ 也或都是奇数或都是偶数。无论哪种情形 $a+b+c+d$ 必为偶数。但 $a+b+c+d > 2$ ，故 $a+b+c+d$ 一定是合数。

例 4 若 p 为不小于 5 的质数，且 $2p+1$ 是质数，试证 $4p+1$ 是合数。

分析：要判断一个数为合数，常可借助于因式分解的方法。但 p 不确定，因此 $2p+1$ 和 $4p+1$ 无法分解，为此，首先设法对 p 进行分类。

证明：任何自然数都可以写成下列形式中的一种：

$3k, 3k+1, 3k+2$ (k 为整数, $k \geq 0$)。

若 $p=3k$ ，因 p 为质数，故必须 $k=1$ ，但 $p \geq 5$ ，故 p 不能表示成 $3k$ 的形式。

若 $p=3k+1$ ，则 $2p+1=6k+2+1=3(2k+1)$ ，当 $k=0$ 时， $p=1$ ，不合 $p \geq 5$ ；当 $k \geq 1$ 时， $2p+1$ 为合数。故 p 也不能表示成 $3k+1$ 的形式。

因此， p 只能表示成 $3k+2$ 的形式。

$4p+1=12k+8+1=3(4k+3)$ ，因 $k \geq 0$ ，故 $4k+3 \geq 3$ ，从而 $4p+1$ 是合数得证。

例 5 若 a, b, c 为奇数，试证方程 $ax^2+bx+c=0$ 没有整数解。

证明：设方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一个整数解 x_0 。若 x_0 为偶数，则 $ax_0^2+bx_0$ 是偶数， c 是奇数，因而它们的和一定是奇数，但 0 是偶数，这不可能。

若 x_0 为奇数，同理得方程左边为奇数，不等于 0。因此，原方程没有整数解。

例 6 设 a, b, c 为任意三个整数，任意交换 a, b, c 的次序，记为 x, y, z ，求证： $(a-x)(b-y)(c-z)$ 是偶数。

证明： $a+b+c - (x+y+z)=0$ ，

即 $(a-x)+(b-y)+(c-z)=0$ ，

$(a-x)$ 、 $(b-y)$ 、 $(c-z)$ 中至少有一个是偶数，从而 $(a-x)(b-y)(c-z)$ 为偶数。

例 7 设 a_1, a_2, \dots, a_8 是自然数 $1, 2, \dots, 8$ 的任意一种排列，作 $b_1=|a_1 - a_2|, b_2=|a_3 - a_4|, b_3=|a_5 - a_6|, b_4=|a_7 - a_8|, c_1=|b_1 - b_2|, c_2=|b_3 - b_4|, d=|c_1 - c_2|$ 。证明： d 必为偶数。

分析：由于本题并不要求求出 d 的具体数值，因此，可在不改变有关各数奇偶性的前提下进行推理。

证明：因 b_1 与 $a_1 - a_2$ 奇偶性相同，同理 b_2, b_3, b_4 分别与 $a_3+a_4, a_5+a_6, a_7+a_8$ 奇偶性相同，且 c_1, c_2 分别与 $a_1+a_2+a_3+a_4, a_5+a_6+a_7+a_8$ 的奇偶性相同，又 d 与 c_1, c_2 奇偶性相同，故 d 与 $a_1+a_2+a_3+a_4+\dots+a_8=1+2+\dots+8=36$ 有相同的奇偶性，从而 d 必而为偶数。

和同学们谈谈参加数学竞赛

孙维刚

初中学生应当怎样对待数学竞赛呢？数学竞赛是一项有益的活动，它的试题在中学教学大纲的范围内，具有概念性强、涉及范围广、灵活

而不呆板，面孔各异，趣味盎然诸特点，为了做好参加竞赛的准备，要求学生必须对基本概念和基础知识加深理解，系统而有目的地进行思维训练，培养学生的分析问题、解决问题的能力，这样才能使学生变得聪明睿智。回顾十多年来，我在中学和在北京数学奥校的教学实践，充分说明了这个道理。

当然，即参加竞赛，就要争胜。这本身也是培养学生的参与意识竞争精神。怎样做（指准备过程）才有助于成功，我向同学们提三点建议。

一、要重视想法的酝酿过程

许多同学准备参加竞赛，总是要找上届竞赛的题，一道一道地做，再找上几届乃至买竞赛题汇编，从第一届开始做起，希望总能“撞上”几道。殊不知竞争命题有一个原则，就是不用成题，至少不用往届的竞赛题。

那怎么办？不做题行吗？当然不行，而且基本上应是以上述题目为训练靶子。

请注意，是“靶子”，就不是为了背了它和它的解法，而是通过“打靶”，达到汲取营养提高自己的目的。这里首先是重视产生解法的思维轨迹及酝酿过程，从而能举一反三，触类旁通。下面我们看一道题：

例 1 $n, n+44, n+64$ 都是素数，求一切 n 。

作为一名没有参加过竞赛的同学拿过这道题可能不知如何下手。但一看答案，又会感到此题简单容易。

解： n 只能是 3。因为：

当 n 是 3 时， $n+44, n+64=67$ 都是素数。符合题意。

当 n 是 3 以外的素数时， n 只能是 $3k+1$ 或 $3k+2$ (k 是非负的整数)。

当 $n=3k+1$ (k 是非负的整数) 时， $n+44=3(k+15)$ 不是素数，不符合题意；

当 $n=3k+2$ (k 是非负的整数) 时， $n+64=3(k+22)$ 不是素数，不符合题意。

故 n 只能是 3。

这时，作为读答案的同学，就一定会想，这里的分析、证明并不难，但开始时如何就猜到是 3 这个数（因为素数无穷多）：这才是解出本题的关键。

是灵感吗？有可能，这也是我们追求的，但它来源于正确的思维方法和解一定数量题目的经验积累。

如果没有灵感呢？它也可以从地上出来。

我们从最小的素数列举做试验：

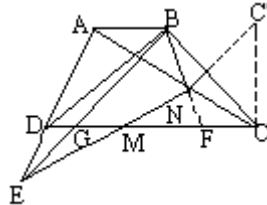
n	2	3	5	7	11	13	...
$n+44$	46	47	49	51	55	57	...
$n+64$	<u>66</u>	67	<u>69</u>	71	<u>75</u>	77	...

观察发现，在每列（纵行为列）里不符合题意的数（打 者）里，都有 3 倍的倍数（划一者），也只有 3 能在各列里扮演这个角色。于是便猜想 n 只能是 3。

点是线段的对称中心，从这个理解出发，那么，为了发展 M 是一个图形的对称中心，顺理成章地作出 $DH \perp AC \Rightarrow DH = CN$.

基于这个想法，当然还可以作 $CC' \perp DE$ ， CC' 交 EM 延长线于 C' ，这就得到了第二种证法 .

证法 2 作 $CC' \perp DE$ ， CC' 交 EM 延长线于 C' . 由于 M 是 DC 中点，则 $CC' = ED$ ，同时有 $\frac{CN}{AN} = \frac{CC'}{AE} = \frac{ED}{AE}$.



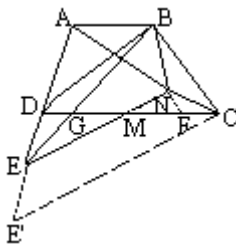
而 $AB \parallel DC \Rightarrow \frac{CF}{AB} = \frac{CN}{AN}$ 及 $\frac{DG}{AB} = \frac{ED}{AE}$ ，于是 $\frac{CF}{AB} = \frac{DG}{AB} \Rightarrow DG = CF$.

以下同证法 1 .

由于对“等化代换及中位线定理”的扎实掌握，还将想到“延长 DE 到 E' ，使 $EE' = ED$ ，连结 $E'C$ ”，得到第三种证法 .

证法 3 (略证) 延长 DE 到 E' ，使 $EE' = DE$ ，连 $E'C$ ，又由于 M 是 DC 中，于是 $EM \parallel E'C$. 这样，由

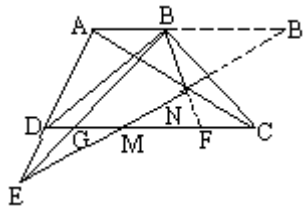
$$\frac{CF}{AB} = \frac{CN}{AN} = \frac{EE'}{AE} = \frac{DE}{AE} = \frac{DG}{AB}， \Rightarrow CF = DG .$$



以下同证法 1 .

对于“等比代换”方法的熟练掌握，又会产生下面的想法：延长 EM 交 AB 的延长线于 B' ，得到

$$\frac{CF}{AB} = \frac{CN}{AN} = \frac{CM}{AB'} = \frac{DM}{AB'} = \frac{ED}{EA} = \frac{DG}{AB} \Rightarrow CF = DG .$$



以下同证法 1 .

三、刻意追求数学思想和哲理观点的运用

人类历史上伟大的科学家，多是深刻的思想家 . 站在哲理的高度分析问题，将会高层建瓴，势如破竹 .

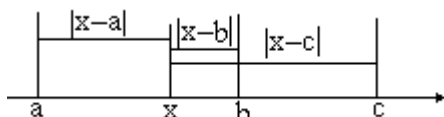
例 3 a 、 b 、 c 、 x 都是实数，并且 $a < b < c$. 求 $|x - a| + |x - b| + |x - c|$ 的最小值 .

这是一道代数题，同学们通常都是先分情况讨论打开绝对值号：

$$\text{原式} = \begin{cases} a + b + c - 3x & (x \leq a), \\ b + c - a - x & (a < x \leq b), \\ c - a - b + x & (b < x \leq c), \\ 3x - a - b - c & (x > c). \end{cases}$$

然后分段分析，求出各段的最小值或最小值的极限，再比较出它们的最小值，其过程冗长繁琐。

李毅同学当场提出了另外的解法：



在数轴上，原式表示点 x 分别到点 a 、 b 、 c 的三条连结线段的长的和。显然，当 x 与 b 重合时，这个和最小，为 $|a - c| = c - a$ 。

简捷得令人不敢置信，耳目一新。而且立即可以推广到求 $|x - a_1| + |x - a_2| + \dots + |x - a_n|$ 情况下的最小值，仍然一蹴而成。若沿用前面的解法，恐怕不胜其烦甚至难以完成了。

这是为什么？

李毅同学用几何做代数题，灵活性的本质，是换个角度进行思考，而换个角度进行思考则是哲学上“运动”的观点的体现之一。李毅同学的构思，不仅是从全局上，由代数 几何，是运动，而且考虑 x 点的位置时，也是运动的。

这里“运动”只是若干哲理观点之一，而换个角度想，又只是“运动”的观点的众多表现之一。但仅此已使我们豁然开朗，那么，当我们在这一道路上日臻完善时，我们的能力、水平，将会达到纵横驰骋的高度。而这，也恰恰是我们参加数学竞赛的初衷。

物理竞赛辅导讲座（力学部分）

徐荣亮

一、运动和力

自然界一切物体都是运动着的，由于选择参照物的不同，或一个物体同时参加了几个运动，人们对运动物体的分析就可能不同。物体之间发生作用时有力产生，使物体的运动状态发生变化，而力的作用效果可能不同，这就要求我们对研究对象进行正确的分析。

例 1 地下车站的自动扶梯在 1 分钟内可以把一个静止站在梯上的人送上地面。如果自动扶梯不动，这个人沿扶梯走上地面需要 3 分钟，那么这个人沿着运动的自动扶梯走上地面需要_____分钟。

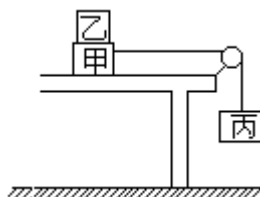
分析：一个物体同时参加了沿同一方向的两个运动时，它对地的速度应为这两个速度之和；反之，两个运动方向相反时，它的速度为两个速度之差。当研究问题给出的已知条件非常少时，可假设研究问题所需的物理量为已知，经过分析，能将假设量消去，问题即可求解。

解：设自动扶梯长为 s 米，扶梯运动速度为 v_1 ，人匀速运动速度为

v_2 ，两者同时运动时人对地的速度为 (v_1+v_2) ，根据匀速运动的速度公式可得，两者同时运动所需的时间为

$$t = \frac{s}{v_1+v_2} = \frac{s}{\frac{s}{t_1} + \frac{s}{t_2}} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{3}{4} \text{ 分钟} .$$

例 2 图 1 所示的装置，甲和乙是叠放在水平桌面上的木块，一条绷紧的细绳绕过定滑轮系住甲和丙，整个装置做匀速运动（丙向下，甲向右），乙相对于甲保持静止，不计空气阻力，以下说法中正确的有 [] .



- A. 丙的机械能总是保持不变
- B. 绳对甲的拉力和水平桌面对甲的摩擦力是一对平衡力
- C. 乙在水平方向没有受到力的作用
- D. 运动过程中不断有机械能变为热能

(1995 年“奥赛”初三试题)

分析：这是一个连接体问题，分析时选甲、乙、丙整体为研究对象（系统法），也可选某一个物体为研究对象（隔离法）。欲分析其他物体对三个物体的作用力时常用系统法，欲分析三个物体之间的作用力时常用隔离法。

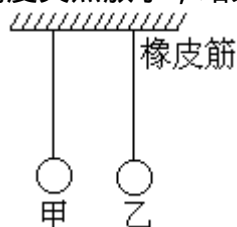
选丙为研究对象，由于其匀速运动，动能不变，且不断下降，热能减少，所以 A 错误。

选甲、乙两物体为研究对象，它们在水平方向受到绳向右的拉力和桌面向左的摩擦力做匀速运动，所以这两个力是平衡力。B 正确。

选乙为研究对象，若乙受到甲的摩擦力作用，且在水平方向没有其他的力作用，就不可能做匀速运动，所以摩擦力不存在。C 正确。

由于甲不断克服摩擦力做功，所以有机械能转化为热能。D 正确。

例 3 甲、乙两个完全相同的小球，分别挂在两根强度相同的细线下，但在乙的上方接一段橡皮筋，两球在同一高度时平衡，如图 2 所示。然后托起两个小球到另一相同高度突然放手，结果 [] .



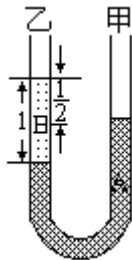
- A. 有可能挂甲球的细线断了，而乙球的细线未断
- B. 有可能挂乙球的细线断了，而甲球的细线未断
- C. 只要挂乙球的细线断了，则挂甲球的细线一定断
- D. 只要挂甲球的细线断了，则挂乙球的细线一定断

(1995 年“奥赛”初二组试题)

分析：这是一道综合性很强的试题。两球完全相同，质量相同，托到另一相同高度时具有的势能相同，两球下落时细线松弛，对球没有力的作用，两球机械能守恒，能达原来平衡位置时甲球细线不能伸张，也就是说在力的方向上通过的距离小，细线对球的阻力就大。相反，橡皮筋能伸长，乙球在细线阻力方向上通过的距离大，平均阻力就小。所以，A、C 正确。

二、密度和压强

例 4 如图 3 所示，一个足够大、粗细均匀的 U 形管，先在甲管中注入密度为 ρ_A 的 A 液体，再往乙管中注入密度为 ρ_B 的 B 液体，当两管的液面高度差为 $\frac{1}{2}l$ 时（ l 为 B 液体的液柱长度），管内液体处于平衡状态，如果再往甲管中注入液体 C，已知 $\rho_C = \frac{1}{2}\rho_B$ ，欲使液体平衡时两管液面恰好相平，应该注入液体 C 的液柱长度为多少？（1995 年“奥赛”初二组试题）



分析：用划小液片法分析液体压强并确认同种液体处于静止状态时同一深度压强相等是解本题的关键。

解：如图 3 所示，在 A、B 液体交界处划一小液片，根据 $p_{\uparrow} = p_{\downarrow}$ 可得 $\rho_B g l = \rho_A g \frac{1}{2}l$ ， $\rho_A = 2\rho_B$ 。

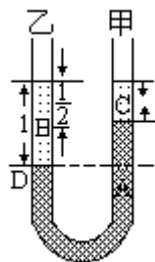
如图 4 所示，设甲管中注入长为 x 的液体 C，在 DE 水平线划小液片（D 为 A、B 两液体的交界面），则乙管压强

$$p_{\text{左}} = \rho_B g l$$

$$\text{甲管压强 } p_{\text{右}} = \rho_C g x + \rho_A g (l - x)$$

由 $p_{\text{左}} = p_{\text{右}}$ 解得

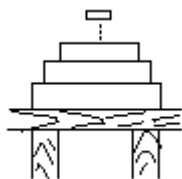
$$x = \frac{\rho_A - \rho_B}{\rho_A - \rho_C} l = \frac{2\rho_B - \rho_B}{2\rho_B - \frac{1}{2}\rho_B} l = \frac{2}{3} l$$



例 5 水平桌面上有一叠圆形的金属片，如图 5 所示。最下面一块的物重为 G ，面积为 S ，它相邻的上面一块金属片物重为 $\frac{G}{2}$ ，

面积为 $\frac{S}{2}$ ，依此类推，金属块的物重和面积逐渐减半，一直叠下去。

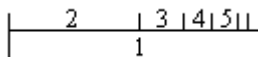
则每个金属片上表面所受压强之比为 $p_1:p_2:p_3=$ _____，桌面所受压强为_____。



(1996年“奥赛”江苏初二组试题)

分析：本题乍看十分难解，采用等效思维的方法可将其化难为易。因为金属片由同种材料制成，从下往上各片重力和面积均减半，所以各片厚度一定相同！（想一想，为什么？）将金属片叠放方法改为如图6所示，则第一片以上各片的总面积和总重力一定和第一片相等。以此类推，任一片以上各片面积和总重力一定和这一片相等。于是，上面一片受到的压力是下面一片受到的压力的一半，而受力面积也是一半，所以

$$p_1 : p_2 : p_3 = 1 : 1 : 1 . \text{ 桌面受到的压力 } p = \frac{2G}{S} .$$



浅谈化学竞赛中的信息给予题

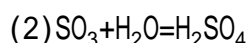
田人欣

自1991年起，全国初中化学竞赛已连续进行了3年，分析3年来全国初中化学竞赛的试题，发现每年都有一定数量的创设新情境的题目，即信息给予题。下面结合竞赛中的部分习题，浅谈信息给予题的特点及解答时应注意的问题。

所谓“信息给予题”，就是题中提供新的信息，创设新的情境，从而考查学生的想象或做出合理解释的能力。这种试题的主要特点是把学生未知的知识以文字的形式或化学反应方程式的形式告诉考生，对中学化学知识中某些不完善的知识块起个搭桥的作用。这种试题涉及的知识范围常常是新科技，新成就，生产、生活中的问题等，这种试题尽管题中提供的信息对学生来说属于新知识，但解题时所用到的知识和技能不超出大纲的要求。

例如1993年全国初中化学竞赛的第22题：“硫酸最古老的生产方法是：把绿矾($\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$)装入反应器中加强热，会流出油状液体，并放出有刺激性气味的气体(SO_2)，反应器中的固体变为红色”。要求写出这个变化过程中两个反应的化学方程式。第1个反应是绿矾受热失水，固体变为红色(Fe_2O_3)，除放出 SO_2 外还生成 SO_3 (由最后生成油状液体——硫酸而推出)；第2个反应是 SO_3 与 H_2O 化合成硫酸，尽管本题提供的信息对学生来说属于新知识，但已给出反应物和生成物，学生配平化学方程式的技能和所学物质转化的知识是能够做出答案的，正确答案

为：



又如 1992 年全国初中化学竞赛的第 18 题，提供“氯化铵受热分解，生成氨和氯化氢，舞台上的幕布和布景是用经过氯化铵浓溶液浸过的布制成的，可以防火”。要求学生联系所学过的燃烧条件的知识解释这种布可以防火的原因。正确答案为：当着火时氯化铵分解，吸收热量，而且生成的两种气体不能燃烧，也不支持燃烧，使布与空气隔绝。这种提供新情境的试题，不仅能够考查学生应用所学基本知识解决新问题的能力，而且利用参加竞赛考试为学生提供了一种获取新知识的机会，有助于开阔知识视野。

第二课堂

再当一次小高斯

周鸿生

传说著名的数学家高斯 9 岁时就能用一种巧妙的方法速算 $1+2+3+\dots+100$ 。这种方法叫做倒写相加法。现在我们用这种方法来计算 $1+2+3+\dots+n$ 。

令 $S=1+2+3+\dots+n$ ，则 $S=n+(n-1)+(n-2)+\dots+1$ 。

两式相加，得

$$2S=(1+n)+[2+(n-1)]+[3+(n-2)]+\dots+(n+1)=n(n+1)$$

$$S=\frac{1}{2}n(n+1)$$

你一定会为高斯这种妙算拍案叫绝！惊叹之余，你是否想过还能找出什么简便的方法来计算 $1+2+3+\dots+n$ 吗？你愿再当一次小高斯吗？

方法一：

$$S=1+2+3+\dots+n$$

$$=[n-(n-1)]+[n-(n-2)]+[n-(n-3)]+\dots+(n-0)$$

$$=n \cdot n - [(n-1)+(n-2)+(n-3)+\dots+0]$$

$$=n^2 - (S-n)$$

$$\text{解方程 } S=n^2 - (S-n), \text{ 得 } S=\frac{1}{2}n(n+1)$$

方法二：

注意到，任一自然数 k 都能写成 $k=\frac{1}{2}[k(k+1)-(k-1)k]$ ，于是

$$1=\frac{1}{2}(1 \times 2 - 0 \times 1)$$

$$2=\frac{1}{2}(2 \times 3 - 1 \times 2)$$

$$3=\frac{1}{2}(3 \times 4 - 2 \times 3) \dots$$

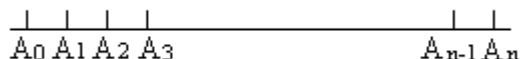
$$S=1+2+3+\dots+n$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} [1 \times 2 - 0 \times 1 + 2 \times 3 - 1 \times 2 + 3 \times 4 - 2 \times 3 + \dots + n(n+1) \\
&\quad - (n-1)n] \\
&= \frac{1}{2} n(n+1)
\end{aligned}$$

如果把自然数 k 写成 $k = \frac{1}{4} [(k+1)^2 - (k-1)^2]$ 的形式，仿照方法二也能得出结果。

方法三：

我们还可以设计下列几何模型来求解：如图，在线段 A_0A_n 上自左至右有 $n-1$ 个分点 A_1, A_2, \dots, A_{n-1} ：



那么图中共有多少条线段？

一方面，由于以 A_1, A_2, \dots, A_n 为右端点的线段分别有 $1, 2, \dots, n$ 条，故图中共有线段 $(1+2+3+\dots+n)$ 条。

另一方面，由于 $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$ 这 $n+1$ 个点中，每一点与另外 n 点都可连成线段，这样的线段共有 $n(n+1)$ 条，但其中有一半是重复计算的，故图中共有 $\frac{1}{2}n(n+1)$ 条线段。

综上所述，知 $1+2+3+\dots+n = \frac{1}{2}n(n+1)$ 。

以常驭变

——数学家巧解趣味应用题奥妙所在

梁显政

趣题 1 “甲、乙二人相距 100 公里，两人同时出发，相向而行。甲每小时走 6 公里，乙每小时走 4 公里，几小时后相遇？甲带一只狗，同甲一起出发，狗每小时跑 10 公里，碰到乙它往甲方向跑，碰到甲它又往乙方向跑，如此继续往返，这只狗一共跑了多少公里？”

这是一位德国数学家与我国数学家苏步青教授一起乘车时，前者给后者出的题目。到下车时，苏教授给出了正确答案：甲、乙二人 10 小时后相遇，狗跑了 100 公里。

那么，苏教授是怎样解的呢？他想：狗不停地跑，从出发起，到甲、乙相遇止，狗就以每小时 10 公里的速度整整跑了 10 小时，一共跑了 $10 \times 10 = 100$ （公里）。这就是狗跑的路程。

如此解法，机智简捷，令人叫绝！其机智之处，在于抓住了变化过程中的不变量——速度（尽管狗跑的方向不断改变，但它的速度总是不变的），使得复杂问题获得了简捷的解答。

趣题 2 “今有鸡、兔若干，它们共有 50 个头和 140 只脚，问鸡、兔各多少？”这是著名的鸡兔同笼问题。

美国数学家波利亚的解法是：

假设出现下面的奇特现象：所有的鸡都抬起一只脚，所有的兔都只有

两只后脚站立起来。显然，此时鸡的脚数与头数相等；兔的脚数是头数的两倍，而脚的总数为原来脚数的一半，所以用现在脚的总数 70 减去头数 50，所得的差 20 即为兔的头数。

如此解法，别致巧妙！其巧妙之处，在于抓住了变化过程中的不变量——头数（尽管假设鸡和兔的脚都发生了变化，但它们的头数总是不变的）使得问题迎刃而解。

欣赏过两位数学家巧解趣题之后，你或许发现了巧解地奥秘均在于抓住了变化过程中的不变量（或关系），再以此为突破口，探索到解题捷径，这种方法，习惯上称为“以常驭变”。

下面的趣题，你可以用上面方法一试：

瑞士著名数学家欧拉曾提出过一个有趣的分遗产的问题：一位父亲临死前让他的几个儿子按如下方法分配他的遗产，第一个儿子分 100 元和剩下的遗产的 $\frac{1}{10}$ ；第二个儿子分 200 元和剩下的 $\frac{1}{10}$ 遗产的；第三个儿子分 300 元和剩下的遗产的 $\frac{1}{10}$ ，……，依次类推，最后发现这种分法好极了，遗产正好分完，而且每个儿子又分得一样多。问这位父亲共有几个儿子，每个儿子分得多少遗产？（答案：老人有 8100 元遗产，9 个儿子，每个儿子分得 900 元。注意：尽管分配所得依次变化，但最终得一样多。）

无理数三兄弟

蒋文彬

众所周知，无限不循环数叫无理数。它是一个庞大的家族，成员比有理数家族多得多。在这个家族里，有三兄弟其模样和脾气特别相似。其中，老大是 $2.61803398\dots$ ，准确值是 $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ；老二是 $1.61803398\dots$ ，准确值是 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ；老三是 $0.61803398\dots$ ，准确值是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，他们挨个正好相差 1。

在这三兄弟中，老三遐尔闻名，它随华罗庚教授奔走大江南北，在推广优选法中立下了汗马功劳，这就是大名鼎鼎的 0.618 法。优选法里用 0.618 最好。这是一个美国人于 1953 年发现的。为什么 0.618 最好？国外虽有一些证明，可都是不正确的，华罗庚指出了这一点。随后，我国青年数学家洪加威，在 1973 年首先给出了一个严格的证明。

从历史上看，老三早在古希腊、罗马时代，就已经名扬四海，叫做“黄金分割数”。和绘画、雕刻、建筑等都结下了不解之缘。

三兄弟友爱相处，亲密无比，它们之间的奇特联系，说出来会令人大吃一惊。不信请你小试手笔，便见分晓。

请将老二和老三相乘：

$$\frac{\sqrt{5}+1}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{5-1}{4} = 1$$

它们的乘积是 1。换句话说，老二和老三是互为倒数。在一切实数中，只有唯一的这样一对具有倒数关系，且它们的差是 1 的正数。

老大和老二的关系也很不平常。老大正好是老二的平方，而它们的差

是 1。在实数中，具有这种关系的一对正数，也是独一无二的。

这样，要是你设老二为 x ，则老大即为 $x+1$ ，老三是 $x-1$ ，那么 $x(x-1)=1$ ，即 $1+x=x^2$ 。

加菲尔德构图及其应用

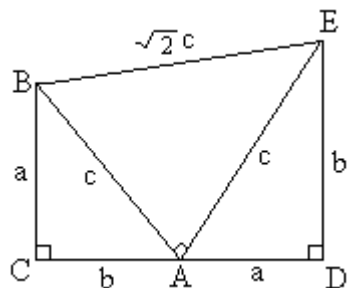
赵绪昌

1841 年当选为美国第 20 届总统的加菲尔德，构造了一个直角梯形证明了勾股定理。这个构图是将梯形划分为 3 个直角三角形（如图），通过 3 个三角形面积之和等于直角梯形的面积证明的，即

$$S_{\triangle ABC} + S_{\triangle BEA} + S_{\triangle AED} = S_{\text{梯形 BCDE}}$$

$$\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$$

化简整理，得 $c^2 = a^2 + b^2$ 。

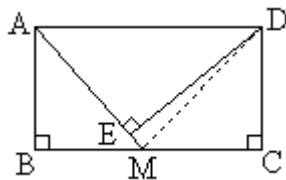


我们将这种奇妙的构思称为加菲尔德构图。现就加菲尔德构图的思想方法在几何证明中的应用举例说明。

例 1 设 c 是直角三角形斜边的长， a 和 b 是另两边的长，求证 $a+b \geq \sqrt{2}c$ 。

分析：常规证法是用代数法，较繁（证略）。利用加菲尔德构图（上图），显然在直角梯形中 $CD \leq BE$ ，即 $a+b \geq \sqrt{2}c$ （当 $a=b$ 时，直角梯形成为矩形，这时有 $CD=BE$ ，即 $a+b=\sqrt{2}c$ ）。

例 2 矩形 ABCD 中， $AB=a$ ， $BC=b$ ， M 是 BC 的中点， $DE \perp AM$ ， E 是垂足。求证 $DE = \frac{2ab}{\sqrt{4a^2 + b^2}}$ （初中《几何》第二册 52 页第 8 题）。



证明：如图，连结 DM ，不难看出：

$$S_{\triangle ABM} + S_{\triangle AMD} + S_{\triangle CDM} = S_{\text{梯形 ABCD}} \quad \text{因此有} \quad \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{1}{2} b$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot DE \cdot \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}b^2} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{1}{2} b$$

$$= ab。$$

化简整理，得 $DE = \frac{2ab}{\sqrt{4a^2 + b^2}}$ 。

高压锅与物理

丁炳云

液体的沸点随表面气压的升高而升高。人们根据这一原理制造了高压锅。下面以 24 厘米高压锅为例，说明和高压锅有关的各种物理现象。

一、测得加压阀质量为 96.5 克，喷汽孔直径为 3.5 毫米。求加热时锅内汽压达到多大时喷汽孔才会喷汽，锅内液体沸点大约多少。

分析：用普通锅加热时锅盖内外压强基本相等，锅内汽压比大气压稍大一点锅盖就被顶开。使用高压锅时则不然，利用物理知识不难算出加压阀的附加压强 p 为

$$P = \frac{F}{S} = \frac{mg}{r} = \frac{0.0965 \text{ 千克} \times 9.8 \text{ 牛/千克}}{3.14 \times (1.75 \times 10^{-3})^2 \text{ 米}^2}$$
$$= 0.983 \times 10^5 \text{ 帕} \approx 1 \text{ 大气压}。$$

也就是说，锅内汽压接近 2 个大气压时加压阀才能被顶开而喷汽，此时锅内水的沸点约是 120 。

二、当高压锅开始喷汽时，锅盖受到内外的压力差是多大？

高压锅盖是曲面型的，用 $F=pS$ 计算压力时不能把曲面的面积代入公式。根据数学分析可知，锅盖在竖直方向受到的压力和以 24 厘米为直径的圆面积受到的压力相等。大气压强对锅盖有向下的压强，蒸汽对锅盖有向上的压强，两个压强差和加压阀产生的压强相等，因此

$$F = pS = p \cdot r^2$$
$$= 0.983 \times 10^5 \text{ 帕} \times (0.12 \text{ 米})^2 = 4445 \text{ 牛}。$$

从计算可知，高压锅工作时蒸汽对锅盖的压力和 450 千克物体的重力相当，因此使用时必须十分小心！高压锅爆炸的威力不亚于一颗小型手榴弹！

三、高压锅保除阀门口的直径约 3.5 毫米，那么蒸汽对熔片的压力是多大？从保险的角度分析，保险熔片耐压、耐温应满足什么要求？

根据公式不难算出

$$F = pS = p \cdot r^2$$
$$= 0.983 \times 10^5 \text{ 帕} \times (1.75 \times 10^{-3})^2$$
$$= 0.95 \text{ 牛}。$$

蒸汽对熔片的压力虽不大，但是压强可达 2 个大气压，内外压强差约为 1 个大气压，因此熔片耐压应约大于 1 个大气压，而不能大得太多。耐温应稍大于 120 。

四、为什么使用高压锅时不能把其他重物压在加压阀上？

高压锅内气体压强完全是由加压阀的重力控制的。为简单起见，设把一个 96.5 克的砝码压在加压阀上，那么加压阀对锅内蒸汽的压强可增为 2 个大气压，锅内气体的压强可达 3 个大气压，沸点可升至 134 ，这样很易造成高压锅爆炸。所以要严禁这样做。

五、用高压锅烧好汤后，若突然拿下加压阀，锅内汽压突然降至 1

大气压，沸点降至 100 ，大量的水会突然汽化而急剧沸腾，反而使锅内气压突然升高，极易引起爆炸或大量高温汽、汤喷出。因此这一方法要严禁使用。

怎样才能快速、安全地拿下锅盖呢？

方法一，把高压锅放在冷水中冷却。

因为水的比热很大，高压锅和冷水之间较大的温度差，热量从锅传给冷水后锅的温度下降，但锅内下方多为液体，通过传导把热量传出后液体温度下降，密度增大，而锅内上方和下方不能形成对流，这种方法对减小锅内汽压的效果不太明显（需要较长时间）。

方法二，往锅盖上淋冷水。

由于锅内温度达 120 ，外界大气压强为 1 大气压，水的沸点为 100 ，冷水滴在锅盖上会立即汽化，而水在 100 的汽化热为 539 卡/克，因而迅速带走大量的热，使锅内气体温度下降，在锅内液化成水。相比之下，方法二要优越得多。

潮汐与月地作用

樊志奇

“潮汐能”是初中物理新添的内容。潮汐是什么？内陆地区的许多同学可能不清楚，本文拟向大家作一简单介绍。

潮汐是海洋水面发生的定期涨落现象。白天海洋水涨落称为“潮”，晚上海洋水涨落称为“汐”。平时我们把“潮”和“汐”都叫做“潮”。

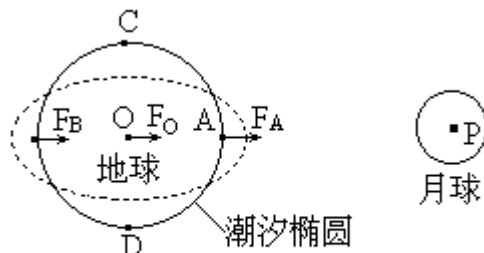


图1

海洋水定期涨落的主要原因，是海洋水受到月球和太阳的吸引而造成的（主要是月球的影响）。到高中我们将要学习一个力学定律——万有引力定律，它说明空间里质量一定的两个物体间，距离越小，相互引力就越大。由于地球是一个半径约为 6400 千米的球体，地球上各点距月球远近不同，所以受月球引力的大小也就不同。如图 1，若地球上 A（海水）、O（球心）、B（海水）三点有质量相等的物体，由于 $AP < OP < BP$ ，所以，月球对这三点的引力大小为 $F_A > F_O > F_B$ 。地表 A、B 两点海水受不同引力后，将会发生什么现象呢？我们不妨先看一个例子：如图 2（a）所示，光滑的平面上有三个被弹簧相连的木块，给它们施加三个大小不同，方向朝右的力（ $F_A > F_O > F_B$ ）后，三木块的运动状态有什么变化呢？同学们不难想到，三个木块都将向右运动，而且由于三个力大小不同，三个木块间距离被拉长，相互远离一些。如图 2（b）所示。类似地，由于地球上 A、O、B 三点受到月球引力大小不同，OA 和 OB 之间的海水也会被“拉长”，这样 A、B 两点就形成“涨潮”，而 C、D 两点间的海水则向 A、B 两点流去，出现

“落潮”。同样，当月球移到 C、D 两点上空时，C、D 就会出现涨潮，A、B 两点就出现落潮。

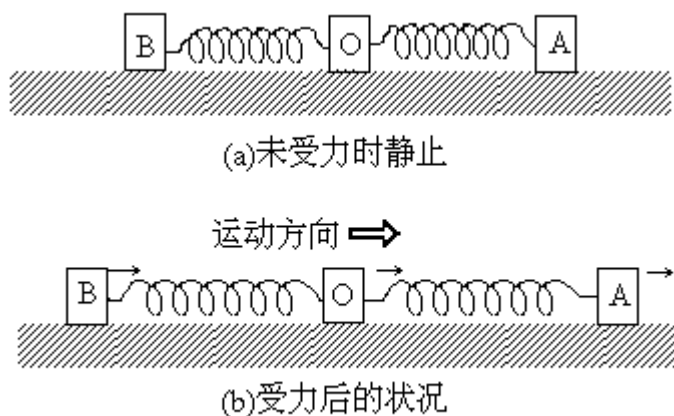


图2

地球每天自转一周，一天之内，地球上任何一个地方总有一次向着月球，一次背着月球，所以地球上极大部分的海水，每天总有两次涨潮和两次落潮现象。

天体间的相互作用，使浩瀚的海洋潮汐不断，汹涌澎湃的海水蕴藏着巨大的机械能，为人类开发利用新能源带来了广阔前景。近几年来，人们在研究潮汐能发电上，已经取得了成功。我国沿海地区已相继建成一些中小型潮汐电站。我们相信，在不久的将来，潮汐能——这种取之不尽的新能源，必将会得到更加广泛、合理的利用，造福于人类。

金属杀菌剂



徐双华

金、银、铜常被人称为“货币金属”，无论古代的铜币，近代的银元，还是现今衡量国家经济实力的黄金，在人们心目中都是贵金属，然而，你可曾知道，它们还是很好的杀死细菌病毒的好手呢。

在一百多年前，以盛产葡萄美酒闻名于世的法国西部一个叫波尔多的地区，大片葡萄园突遭一种叫“雷叶病”植物病害的袭击而叶凋果萎，只有一小块喷洒了硫酸铜和石灰乳混合物（园主当作“毒药”用以吓唬人）的葡萄园毫无损失，这一现象引起了波尔多大学植物教授米亚尔第的注意，经过多次研究和试验，终于发现这种药液具有很好的杀菌作用，后来人们把它称为“波尔多液”。

波尔多液中含少量铜离子（ Cu^{2+} ），像 Cu^{2+} 这样的重金属离子，通过作用，使组成植物病毒的蛋白质变性，失去活性，达到杀菌灭毒作用。

无独有偶，在我国内蒙古、新疆好客的牧民中，常用银碗盛马奶招待客人。据说，盛放在银碗里的奶茶数月不腐，且纯正洁白，极富象征意义。

这是因为盛有奶茶的银碗能溶解出极微量的银离子（ Ag^+ ）， Ag^+ 能杀死致腐的各种微生物，一升水中，只要存在 $\frac{2}{10^{11}}$ 克的 Ag^+ 就能达到杀菌作用。

现代医学上，人们将硝酸银溶液用作眼睛的消炎、收敛药物也是这个道理。

古埃及人常把银片或金片覆盖在伤口上，用来防止伤口被病菌感染，促使早日愈合。

金离子(Au^{3+})同样具有杀菌消毒作用，如果手脚因不洁的水引起皮炎、湿疹等，只要用冶金后的残渣粉末一种叫“金爽粉”的东西一擦，即刻见效。

实验室

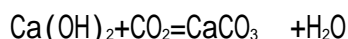
实验室制取二氧化碳药品的选择

杨生玉

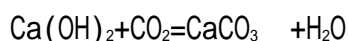
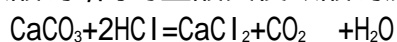
例题 有甲、乙、丙三位同学，分别用稀盐酸、浓盐酸和稀硫酸跟石灰石反应，做制取二氧化碳并检验其性质的实验。甲同学将反应制得的气体通入澄清的石灰水中，石灰水呈现浑浊；乙同学将制得的气体通入澄清的石灰水中，石灰水未变浑浊；而丙同学仅制得了少量气体。请解释上述原因，写出有关化学方程式。

分析：这是一道由酸的稳定性、挥发性及生成物的溶解性来确定实验室制取二氧化碳药品的实验题。

甲同学用石灰石跟稀盐酸反应，并将生成的气体通入澄清的石灰水中，结果石灰水变浑浊，这是因为稀盐酸不易挥发，与石灰石反应生成的二氧化碳气体较纯，导入澄清的石灰水中，与氢氧化钙反应生成了难溶性的碳酸钙，从而使澄清的石灰水变浑浊。反应方程式为：



乙同学在实验中选用浓盐酸，因为浓盐酸具有挥发性，使制得的二氧化碳气体中混有较多的氯化氢气体，氯化氢气体溶于水，便成盐酸，若将制得的气体通入澄清石灰水中，二氧化碳与石灰水中的氢氧化钙反应，生成碳酸钙，同时盐酸又使碳酸钙反应，故石灰水不变浑浊。反应方程式为：



丙同学用稀硫酸与石灰石反应，结果制得了少量气体，缘故何在呢？这里我们只要根据盐类的溶解规律就可知道，硫酸与石灰石中的碳酸钙反应，开始有二氧化碳气体产生，同时生成了微溶性的硫酸钙，随着反应的不进行，生成的硫酸钙覆盖在石灰石的表面，阻碍了石灰石与硫酸的进一步接触，结果使反应终止。

综上所述现象，实验室制取二氧化碳，在药品选择上应注意以下两点：

1. 不能用可溶性的碳酸盐（碳酸钠等）代替石灰石或大理石。这是因为可溶性的碳酸盐与稀盐酸的反应剧烈，生成的二氧化碳气体立即逸出，难以控制，不易收集。

2. 不能用浓盐酸、硝酸等挥发性酸和硫酸代替稀盐酸。

巧测凸透镜焦距三法

林惠荣

一、找焦点法

在阳光下，让太阳光垂直穿过凸透镜照射在光屏（或地面）上，调节凸透镜与光屏之间的距离，可以在光屏上得到一个最小最明亮的点，即焦点。用刻度尺测出焦点到凸透镜中心的距离，就是这个凸透镜的焦距。

若没有阳光，可以用手电筒射出的光来代替。

二、成像法

把尽量远的某一较明亮的物体作光源，让这样的“光源”发出的光通过凸透镜照射在光屏上，调节凸透镜到光屏之间的距离，可以在光屏上得到“光源”最清晰的像。用刻度尺测出像到凸透镜中心之间的距离，就是这个凸透镜的焦点。（当物距比像距大得多时，这个结果是相当理想的）

三、放大镜法

用凸透镜作为放大镜来观察一篇课文，让凸透镜从纸面起逐渐离开纸面（镜面与纸面始终平行），人首先观察到正立的字体由小变大，然后看不到任何东西，最后又观察到倒立的字体由大变小。当眼睛透过凸透镜观察不到任何东西时，说明纸面正处于凸透镜的焦点位置。用刻度尺测出这时纸面到凸透镜中心之间的距离，就是这个凸透镜的焦距。后记

《当代中国少年儿童报刊百卷文库》由中国少年儿童报刊工作者协会主持编选。在协会的倡议下，会员单位中有 100 家自愿参加了编选工作。各家自编一卷，全套文库共 100 卷。

各家在编辑过程中，本着导向正确、思想健康、文字规范、格调高雅、贴近少儿、体现特色的原则，筛选了九十年代以来的代表作品，其中不乏精品之作，因此各卷都有一定的质量。当然，由于各个报刊的主客观条件不尽相同，质量上也就难免存在差距，但是总体看来，这套《文库》仍然真实地反映了改革开放以来我国少年儿童报刊事业的发展，在中国文化史上留下了少年儿童报刊二十世纪九十年代的足迹。

编辑这样一套《文库》在我国还是第一次。由于经验不足，可能不少谬误，敬请各方人士和小读者指正。

《文库》卷目中，各卷的顺序是按以下原则排列的：按报刊的性质分为 8 类；同一类中，中央单位主办的在先，地方单位主办的在后；同是地方单位的，按所在行政区划的顺序排列；同在一地的，按创刊时间的先后排列。

《文库》的出版得到了同心出版社的支持，在编辑过程中，一批少年儿童报刊界的老编辑审读了各卷文稿，特此致谢。

1997 年 3 月

